

滑車を含んだ要素による吊構造の形状決定法

長岡技術科学大学 学生会員 Dang Tung Dang
 長岡技術科学大学 正 会 員 岩崎英治
 長岡技術科学大学 正 会 員 長井正嗣

1. まえがき

ケーブル部材が長大な吊橋や斜張橋を実現する上で主要な役割を果たしたことは言うまでもない。しかし、ケーブル構造では荷重が作用するまでその形状が確定しないという他の構造要素に比べて大きく異なる性質を持っているため、所定の荷重状態での形状決定が重要な問題になる。通常の変位法に基づいた解析を行う場合には工夫が必要である。

ケーブル部材は圧縮荷重に抵抗できないため、自重や初期張力が作用して、はじめて形状が決まるため、所定の形状を実現するには座標、部材長などを決める必要がある。これは形状決定の問題と呼ばれ、通常は構造解析とは別の手法を用いて解決される。本研究では滑車部に滑りを起こさせる力を考慮し、梁部材にケーブル部材が滑車を介して接続される場合に滑車の接続されている節点の変位が既定の変位となるようなケーブルプレストレスの決定方法を導入する方法を提案している。また、ケーブル軸力の既定の方向成分が等しくなる条件をラグランジュの未定定数法により、構造全体の全ポテンシャルエネルギー式に含めることで、形状決定の問題を解くことができることを示す。

2. ケーブル要素

ケーブル要素²⁾の平衡状態は、次の汎関数の停留条件として得られる。

$$\Pi_C = \int_0^l \left\{ -\frac{\Delta N^2}{2EA} + [(F_x + \Delta F_x) - (N + \Delta N)] \right\} dx + \left[\{ (N + \Delta N) - n_x(Q + \Delta Q) \}^T \Delta u \right]_0^l \quad (1)$$

ここで、 $(N + \Delta N)$ は軸力ベクトルであり、等分布荷重 $(q + \Delta q)$ によるケーブル要素の平衡方程式 $(N + \Delta N)_{,x} = -(q + \Delta q)$ を満足した次式を用いる。

$$(N + \Delta N) = (c + \Delta c) - \int_0^x (q + \Delta q) dx \quad (2)$$

なお、式中の $(Q + \Delta Q)$ は、ケーブル要素端に作用した集中荷重を表している。また、増分前後のケー

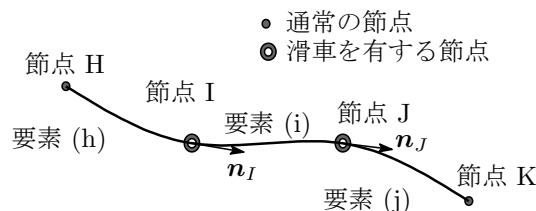


図-1 分力が等しくなる様な滑車を有するケーブル

ブルの単位接線ベクトルをそれぞれ e 、 e^* と表すと、 $(N + \Delta N) = e^{*T}(N + \Delta N)$ 、 $(F_x + \Delta F_x) = e^T(N + \Delta N)$ 。 $e = N/|N|$ 、 $e^* = (N + \Delta N)/|N + \Delta N|$

この汎関数 Π_C において、独立な変分量は、積分定数 Δc と両端の変位 $\Delta u(0)$ と $\Delta u(l)$ である。また、要素内部でも変位分布を仮定していないため上式の汎関数の停留条件を正確に求められれば、少ない自由度で非常にたわんだケーブルの解析も行える。

3. 分力が等しくなる様な滑車を有するケーブル

図1のように、ケーブル(h)、(i)、(j)が節点I、Jに取り付けられた滑車を介して接続されたケーブルの系を考える。各滑車では、ケーブル軸力の単位ベクトル n_I や n_J 方向成分が等しくなるものとする。この条件を汎関数に含めると、滑車を有するケーブルの汎関数は次のように表される。

$$\begin{aligned} \Pi_C = & \Pi_C^{(h)} + \Pi_C^{(i)} + \Pi_C^{(j)} \\ & + \Delta \tilde{u}_I n_I^T \{ (N_I^{(h)} + \Delta N_I^{(h)}) - (N_I^{(i)} + \Delta N_I^{(i)}) \} \\ & + \Delta \tilde{u}_J n_J^T \{ (N_J^{(i)} + \Delta N_J^{(i)}) - (N_J^{(j)} + \Delta N_J^{(j)}) \} \end{aligned} \quad (3)$$

ここで、 $\Delta \tilde{u}_I$ 、 $\Delta \tilde{u}_J$ は、ラグランジュの未定係数であるが、汎関数が停留したときには、それぞれ滑車を有する節点IとJのケーブルのずれ変位を表している。この変位は、ケーブルに沿った x 軸方向の変位を正としている。また、式中の $(N_I^{(h)} + \Delta N_I^{(h)})$ の添え字は、要素(h)の節点Iでの軸力を表している。

これより、要素の両端に滑車のある一般的な場合のケーブル要素の汎関数は次のように表される。

$$\tilde{\Pi}_C = \Pi_C + \left[\Delta \tilde{u} n^T (N + \Delta N) \right]_0^l \quad (4)$$

Key Words: *suspended structures, pulley, cable pre-stress, shape finding*

〒940-2188 新潟県長岡市富岡町1603-1 TEL 0258-46-6000 FAX 0258-47-9600

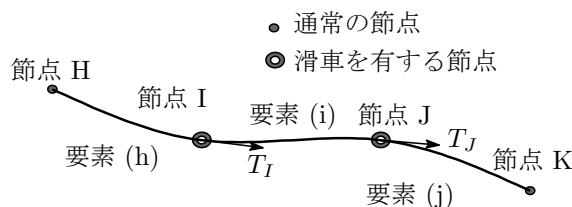


図-2 滑車部でケーブルに力が作用する場合

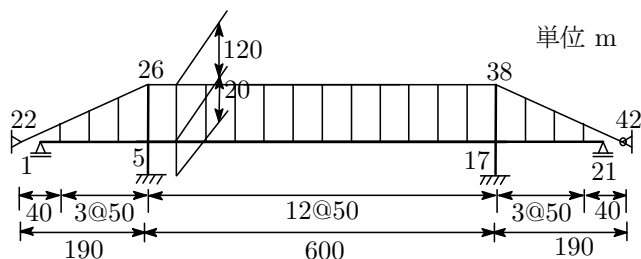


図-3 モデル概要

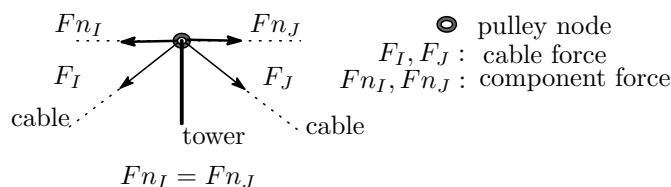


図-4 分力図

4. 滑車部でケーブルに力が作用する場合

図2のように、ケーブル要素(i)が節点I, Jに取り付けられた滑車を介して接続されたケーブルの系において、滑車部I, Jに滑りを起こさせるような力 \$T_I + \Delta T_I\$ と \$T_J + \Delta T_J\$ が作用した場合を考える。この状態を表す汎関数は次のようになる。

$$\tilde{\Pi}_C = \Pi_C + [\Delta \tilde{u}\{N + \Delta N - n_x(T + \Delta T)\}]_0^l \quad (5)$$

ここで、\$n_x\$ はケーブル断面の外向き法線と \$x\$ 軸との方向余弦を表し、\$x=0\$ で \$n_x = -1\$、\$x=l\$ で \$n_x = 1\$ となる。

5. 計算例

図3のような中央径間長600mの3径間連続吊橋を解析モデルとして採用する。ここでは、桁と主塔は梁要素を用い、メインケーブルとハンガーケーブルはケーブル要素を用いて解析を行う。節点22が固定支持、節点42には滑車を取り付けられ、メインケーブルの初期張力を与えるための節点である。図5のような制約条件を加えるため、吊材位置でのメインケーブルの節点に滑車を取り付け、滑車が水平方向に移動しないようなケーブルプレストレスを与える。メインケーブルと主塔に接続される節点26と節点38

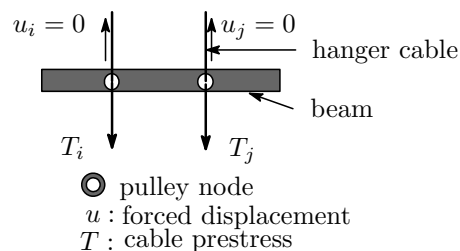
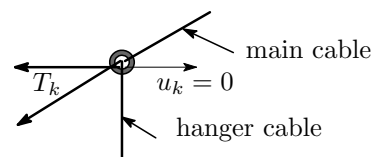


図-5 強制変位

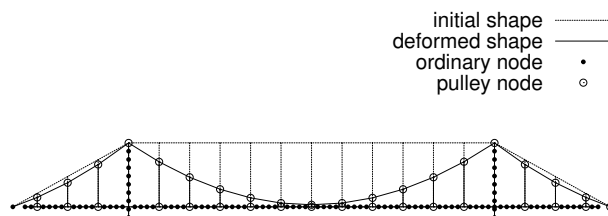


図-6 死荷重による変形図

に滑車を取り付け、図4に示すように水平分力が等しくなるような条件を付加する。

節点42の滑車部でケーブルに大きな初期張力を与え、さらに桁の死荷重を等分布荷重として載荷させる。その結果、図6に示すように吊材とメインケーブルが交差する滑車が鉛直方向のみに移動したことが分かる。

以上のことから、節点を滑車とすることにより、形状決定をすることができたといえる。さらにこの状態で滑車を通常の剛結節点に置き換え、桁の中央径間に活荷重を載荷させる。滑車で構成された吊構造に荷重が作用したときの形状を基に、剛結吊構造の形状を決めると、吊構造全体の断面力の不均衡を緩和することができるので、このような構造の解析にも、滑車を有するケーブル要素は有効である。

参考文献

- 1) 岩崎英治, 林 正: 修正された変分原理による空間曲線材の有限変位解析, 構造工学論文集, Vol.37A, pp.367-380, 1991.
- 2) 岩崎英治, 長井正嗣: 滑車を有する柔ケーブル構造に適用可能な有限要素の開発, 構造工学論文集, Vol.48A, pp.151-158, 2002.