

# 固体 - 流体連成モデルを用いた均質化法による粘弾性解析

中央大学大学院	学生員	久保田 聖
鹿島建設	正会員	宇尾 朋之
中央大学	正会員	櫻山 和男
東北大学	正会員	寺田賢二郎

## 1. はじめに

複合材料であるアスファルト混合物内部の力学的特性を把握した数値解析を行うために、著者らはこれまで均質化法に基づく数値解析手法を提案し、弾性体を仮定した舗装構造物の数値解析を行ってきた<sup>1)2)</sup>。しかしながら、瞬時に荷重がかかる場合には弾性挙動を示すものの、長期的荷重がかかる場合には、クリープ現象や応力緩和現象といった粘弾性挙動が生じることとなる。

そこで本報告では、アスファルト混合物を固体(骨材)と流体(アスファルトモルタル)により構成されている粘弾性体とし、さらには厳密なモデル化により生じる膨大な計算機容量を削減するために並列化手法を取り入れ、均質化法による粘弾性解析を行った。数値解析例として、アスファルト混合物の応力緩和解析を取り上げ、実験値との比較のもと本手法の有効性について検討を行った。また、微視的構造の周期領域の大きさが全体挙動に及ぼす影響についても検討を行った。

## 2. 均質化法に基づく粘弾性解析

### (1) 基礎方程式

固体と流体の混合体からなる粘弾性体の支配方程式及び材料構成式を式(1),(2)に示す。

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_i} + \rho \bar{b}_j = 0 \quad \text{in } \Omega \quad (1)$$

$$\sigma_{ij}(x) = b_{ijkl}(x) \varepsilon_{kl}(u) + c_{ijkl}(x) \varepsilon_{kl} \left( \frac{\partial u}{\partial t} \right) \quad (2)$$

ここで、 $b_{ijkl}(x)$ ,  $c_{ijkl}(x)$  は次式で示される係数テンソルである。

$$b_{ijkl}(x) = \begin{cases} E_{ijkl}(x) & \text{in } \Omega_s \\ \frac{1}{3} K^f \delta_{ij} \delta_{kl} & \text{in } \Omega_f \end{cases}$$

$$c_{ijkl}(x) = \begin{cases} 0 & \text{in } \Omega_s \\ 2\mu(\delta_{ik} \delta_{jl} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \delta_{kl}) & \text{in } \Omega_f \end{cases}$$

ここで、 $E_{ijkl}$  は固体部 ( $\Omega_s$ ) の弾性係数を、 $K^f$ ,  $\mu$  はそれぞれ流体部 ( $\Omega_f$ ) の体積弾性係数、粘性係数をそれぞれ表す。また、固体部は線形弾性体、流体部は圧縮性 Newton 流体を仮定している。

### (2) 均質化法の適用

アスファルト混合物内部の材料特性を考慮した解析を行うために均質化法<sup>1)2)</sup>を適用する。図-1に均質化法の概略図を示す。ここで、巨視的構造の位置を表す全体座標系  $X(x_1, x_2, x_3)$  とは別に、周期的に配置されている微視的構

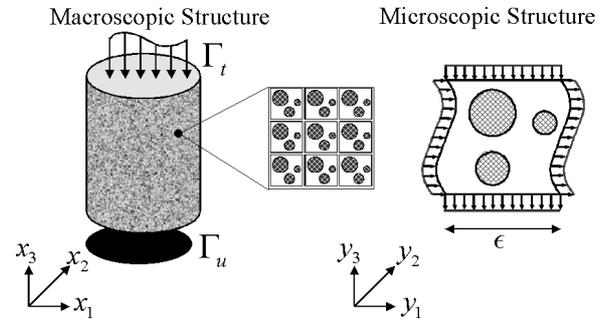


図-1 均質化法の概略図

造内部の位置を表す座標系  $Y(y_1, y_2, y_3)$  を用いる。双方の座標系は異なるスケールで定義されているため、式(3)に示す関係尺度  $\epsilon$  を用いている。

$$x_i = \epsilon y_i \quad (i = 1, 3) \quad (3)$$

それぞれの座標系の変位関数について、関係尺度  $\epsilon$  を用いて漸近展開形で表すと以下ようになる。

$$u^\epsilon(x, y, t) = u^0(x, t) + \epsilon u^1(x, y, t) + \epsilon^2 u^2(x, y, t) + \dots + \epsilon^n u^n(x, y, t) \quad (4)$$

ここで、添え字の  $\epsilon$  は微視的構造の依存性を、 $u^0$  は巨視的変位をそれぞれ表す。式(4)を式(1),(2)より得られる仮想仕事の原理式に代入し整理すると、以下のような微視的構造方程式が得られる。

### 微視的構造

$$\begin{aligned} & \int_Y b_{ijlm}(y) \frac{\partial \Pi_l^{kh}(y, t)}{\partial y_m} \frac{\partial \omega_i^1}{\partial y_j} dy \\ & + \int_Y c_{ijlm}(y) \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial \Pi_l^{kh}(y, t)}{\partial y_m} \right) \frac{\partial \omega_i^1}{\partial y_j} dy \\ & = \delta(t) \left[ \int_Y b_{ijkl}(y) \frac{\partial \omega_i^1}{\partial y_j} dy \right. \\ & \quad \left. - \int_Y (b_{ijlm}(y) + c_{ijlm}(y)) \frac{\partial \Pi_l^{kh}(y, 0+)}{\partial y_m} \frac{\partial \omega_i^1}{\partial y_j} dy \right] \quad (5) \end{aligned}$$

ここで、 $\delta(t)$  はデルタ関数である。さらに、均質化された応力は、微視的応力の体積平均として捉えると(6)式で示すことができる。

$$\begin{aligned} \sigma_{ij}^H &= b_{ijkl}^H \frac{\partial u_k^0(x, t)}{\partial x_h} - g_{ijkl}^{bH}(0+) \frac{\partial u_k^0(x, 0+)}{\partial x_h} \\ & - g_{ijkl}^{bH}(t) * \frac{\partial u_k^0(x, t)}{\partial x_h} + c_{ijkl}^H \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial u_k^0(x, t)}{\partial x_h} \right) \end{aligned}$$

**KeyWords:** 均質化法, 並列計算手法, アスファルト混合物, 有限要素法

連絡先: 〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27 TEL 03-3817-1815 FAX 03-3817-1803

$$-g_{ijkh}^{cH}(t) \frac{\partial u_k^0(x, 0+)}{\partial x_h} - g_{ijkh}^{cH}(t) * \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial u_k^0(x, t)}{\partial x_h} \right) \quad (6)$$

ここで、 $\rho^H, b_{ijkh}^H, c_{ijkh}^H, g_{ijkh}^{bH}(t), g_{ijkh}^{cH}(t)$  はそれぞれ均質化されたテンソルである。また、時間積分については陰的に取り扱っている。

3. 並列計算手法

並列計算手法として、大規模計算に対し有効である領域分割法に基づく手法を採用した。微視的構造において、本論文ではグリッド状に配置されたボクセル要素を用いているため、分割が容易であるスライス状の領域分割<sup>3)</sup>を行った。この分割方法により、周期境界条件の通信を両端のプロセッサ間のみで行うことが可能である。これらの通信を行う通信ライブラリには MPI<sup>4)</sup> を用いており、並列計算機には中央大学所有の IBM pSeries 690 を使用した。

4. 数値解析例

数値解析例として、アスファルト混合物を固体（骨材）-流体（アスファルトモルタル）により構成されている粘弾性体とし、両端の圧縮荷重（強制変位）による応力緩和解析を行う。なお、巨視的構造には円柱供試体モデル（節点数 9537、要素数 8192）、微視的構造には X 線 CT 値によるデータに基づいて作成したモデル（80\*80\*80 分割）を用いており、材料定数については表-1 に示す通りである。

表-1 材料定数

	$E(GPa)$	$\nu$	$K(GPa)$	$\mu(GPas)$
<i>solid</i>	61.0	0.21	—	—
<i>fluid</i>	—	—	10.0	1.0

周期領域の大きさが 10\*10\*10mm から 40\*40\*40mm の 4case である巨視的構造の軸方向応力の時間履歴について図-2 に示す。時間の経過に伴い応力緩和現象が発生し、実験値とほぼ同様の粘弾性挙動を示していることが確認できる。また、周期領域を大きくとることにより、軸方向応力が収束していく傾向が捉えられた。本論文に用いた骨材の最大粒径は 13mm であるため、周期領域の大きさは骨材の最大粒径の約 2 倍 (30mm) 以上とれば十分であることがわかった。

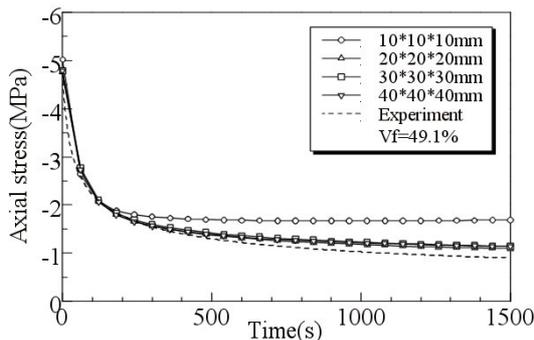


図-2 軸方向応力の時間履歴

アスファルト混合物内部の微視的構造の固体部と流体部における相当応力分布をそれぞれ図-3,4 に示す。流体部と比較して固体部に高い応力値が発生していることがわかる。また、時間の経過に伴い流体部において大きな緩和現象が発生していることが確認できる。これらのことから、アスファルト混合物内部における固体部と流体部の力学的特性を捉えることができた。

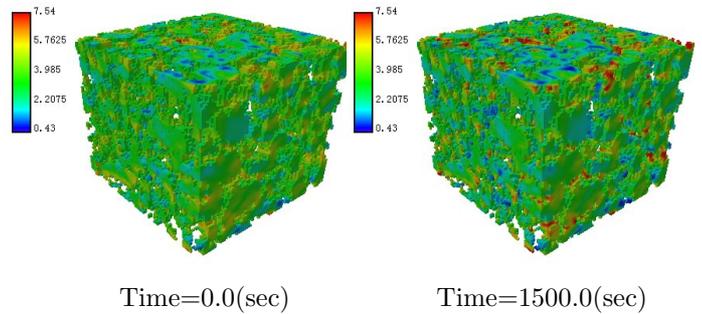


図-3 固体部における相当応力分布

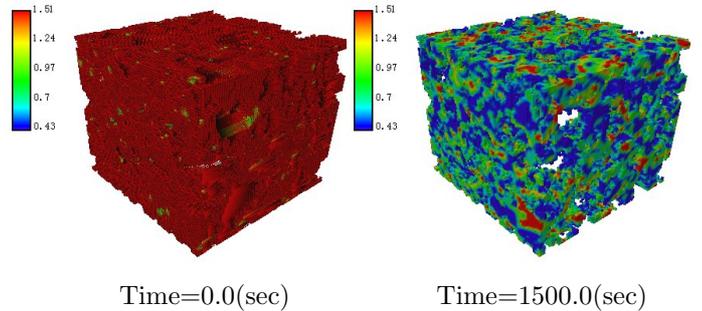


図-4 流体部における相当応力分布

5. 結論

本論文では、アスファルト混合物に対して固体と流体からなる連成モデルを仮定し、均質化法を適用した粘弾性解析を行った。数値解析例として、応力緩和解析を取り上げ以下の結論を得た。

- 巨視的構造における軸方向応力の時間履歴について、時間の経過に伴い応力緩和現象が発生し、実験値とほぼ同様の粘弾性挙動が確認された。
- 均質化法を適用したことにより、アスファルト混合物内部の固体部と流体部における力学的特性を捉えることが可能となった。

今後は、本手法を動的荷重問題に適用していく予定である。

参考文献

- 1) 伊田徹士, 櫻山和男, 石川俊明, 宇尾朋之: 積層 Mindlin 板要素を用いた均質化法による道路舗装体の有限要素解析, 応用力学論文集, Vol5, pp243-252, 2002
- 2) 久保田聖, 伊田徹士, 櫻山和男: 均質化法による道路舗装体の動的有限要素解析, 土木学会年次学術講演会講演概要集, Vol.58, pp473-474, 2003
- 3) 牧野孝久, 宇尾朋之, 櫻山和男: 均質化法に基づくアスファルト混合物の大規模粘弾性解析のための並列計算手法の構築, 計算工学講演会論文集, Vol.4, 第1巻, pp.723-726, 1999
- 4) 櫻山和男, 西村直志, 牛島省: 並列計算入門, 日本計算工学会