

積層板の自由振動特性に関する研究

長崎大学 大学院 学生会員 ○下川 一基 長崎大学 工学部 正会員 森田 千尋
長崎大学 工学部 正会員 松田 浩 長崎大学 工学部 正会員 崎山 毅

1 研究目的

繊維強化プラスチック (FRP) は、比強度、比剛性および軽量化に優れており、航空機産業などの分野において注目され発達してきている。積層板は、このFRPを積層状にしたもので、それによって多方向に繊維が入り力学的に強い異方性を示し、積層数・積層順序など組み合わせによって幅広い性能が得られる。

本研究では、炭素繊維強化プラスチック (CFRP) を対象とし、積層板の積層順序・配向角等をパラメータとして解析的に、また実験的に自由振動特性を明らかにすることを目的としている。

2 解析方法

積層板の自由振動に関する運動方程式は次式となる。

$$\frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} = -\rho h \omega^2 w \quad (1)$$

本研究では自由振動問題をグリーン関数を用いて固有値解析を行う。まず、積層板に単位集中荷重が作用した場合の積層板全体のたわみを基本解 (グリーン関数) とし、その時のせん断力を $\bar{Q}_x, \bar{Q}_y$ とすると、その基本解に対する基礎微分方程式は次のようになる。

$$\frac{\partial \bar{Q}_x}{\partial x} + \frac{\partial \bar{Q}_y}{\partial y} = -P \delta(x - x_0) \delta(y - y_0) \quad (2)$$

次に式 (1) の運動方程式に基本解 $\bar{w}$ を乗じて、積層板の全領域において面積分を行い、さらに境界条件より既知量を与えることで導かれる境界積分方程式に無次元量を導入し、近似解法を応用する。積層板を x, y 方向に m, n 等分し、それぞれに原点から番号を付け、積分方程式に等間隔の数値積分を適用すると次式が求まる。

$$\tilde{w}(\eta_0, \zeta_0) = \mu \lambda^4 \sum_{\eta_0=0}^m \sum_{\zeta_0=0}^n \beta_{m\eta} \beta_{n\zeta} \bar{h}(\eta, \zeta) \tilde{w}(\eta, \zeta) G(\eta_0, \zeta_0, \eta, \zeta) \quad (3)$$

$\beta_{m\eta}, \beta_{n\zeta}$: 数値積分による重み係数

式 (3) をマトリクス表示し、固有値はその行列式の値を 0 にする $1/\lambda^4$ を求めることにより求まる。

ここに一边固定三辺自由支持の支持条件をもつ積層板の積分定数と境界条件を図 1 に示す。

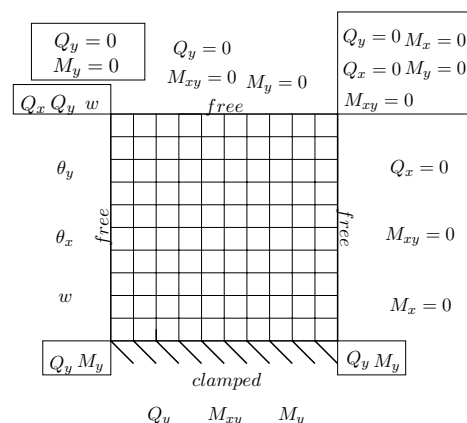


図 1 : 積分定数と境界条件

□で囲まれた積分定数および境界条件は、隅角点におけるものである。隅角点における積分定数および境界条件は、その隅角点において交差する二境界边上での諸量間の関係を考慮して定められる。

3 実験方法および試験片

実験は、防振台上において試験片の固定部をボルトで一边固定他端自由支持し、裏面からスピーカーによって音圧を与えて加振する。モードはレーザーホログラフィ (He-Ne レーザー) を用いた時間平均法によって測定した。

また実験に用いた試験片は、アルミニウム合金と CFRP クロスプライ積層板 (3 枚)、CFRP アングルプライ積層板 (8 枚) の 3 種類で、諸量は表 1 の通りである。

	表 1 : 試験片諸量				
	E_L (GPa)	E_T (GPa)	G_{LT} (GPa)	ν_{LT}	γ (KN/m ³)
アルミニウム合金	69.6	69.6	26.1	0.33	26
CFRP 積層板	14.9	9.2	4.8	0.3	16

キーワード : 積層板, 自由振動特性, レーザーホログラフィー, 離散的近似解法

連絡先 : 〒 852-8521 長崎市文教町 1-14 長崎大学構造工学科 TEL 095-819-2591

4 解析結果および実験結果

4.1 アルミニウム板の解析および実験結果

本解析法の有効性を確認するために、まず一辺固定三辺自由支持された等質等方性のアルミニウム合金を対象に解析および実験を行った。数値解析結果として、分割数 $m = n = 4, 8, 12$ の場合の固有振動数を比較解¹⁾ および実験結果とともに表2に示す。

本解析結果は分割数の増加とともに固有振動数は収束し、比較解とほぼ一致しており、十分な精度を持つことが確認できた。また、実験値と比較しても妥当な値が得られた。

表2：アルミニウム板の各モードにおける振動数 (Hz)

分割数	1st	2nd	3rd	4th	5th	6th
4	107.0	265.2	813.5	1035	1160	2132
8	105.8	257.0	679.4	868.2	979.3	1738
12	105.5	255.2	658.0	842.6	949.7	1674
$E_{x,v}, 8-12$	105.3	253.7	640.9	822.1	926.1	1622
比較解 ¹⁾	105.7	260.3	648.3	828.2	947.0	1653
実験値	100.0	245.0	580.0	815.0	890.0	1520

4.2 クロスプライ積層板の解析および実験結果

次に、CFRP クロスプライ積層板を対象として実験を行い、本解析値と比較した。ここでは、対象クロスプライ積層板 $[0^\circ/90^\circ/90^\circ/0^\circ]_2$ の場合の本解析結果と実験結果の振動数を表3に、振動モード図を図2にそれぞれ示す。

表3： $[0^\circ/90^\circ/90^\circ/0^\circ]_2$ の各モードにおける振動数 (Hz)

分割数	1st	2nd	3rd	4th	5th	6th
8	162.8	241.7	1076	1186	1346	1977
10	162.5	240.8	1052	1161	1319	1933
$E_{x,v}, 8-10$	162.0	239.2	1009	1117	1271	1855
実験値	154.0	242.0	942.0	1063	1063	1841

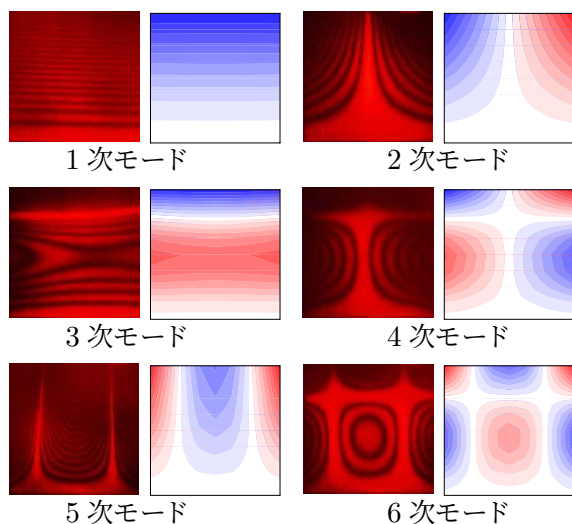


図2： $[0^\circ/90^\circ/90^\circ/0^\circ]_2$ の振動モード図
(左図: 実験結果, 右図: 本解析結果)

4.3 アングルプライ積層板の解析および実験結果

最後に、CFRP アングルプライ積層板を対象として実験を行い、本解析値と比較した。ここでは、対象アングルプライ積層板 $[60^\circ/60^\circ/-60^\circ/-60^\circ]_s$ の場合の本解析結果と実験結果の振動数を表4に、振動モード図を図3にそれぞれ示す。

表4： $[60^\circ/60^\circ/-60^\circ/-60^\circ]_s$ の各モードにおける振動数 (Hz)

分割数	1st	2nd	3rd	4th	5th	6th
8	128.8	300.0	645.5	874.7	1149	1507
10	128.7	298.4	636.0	856.5	1118	1436
$E_{x,v}, 8-10$	128.5	295.6	619.1	824.1	1063	1310
実験値	125.7	298.7	632.0	789.0	1079	1389

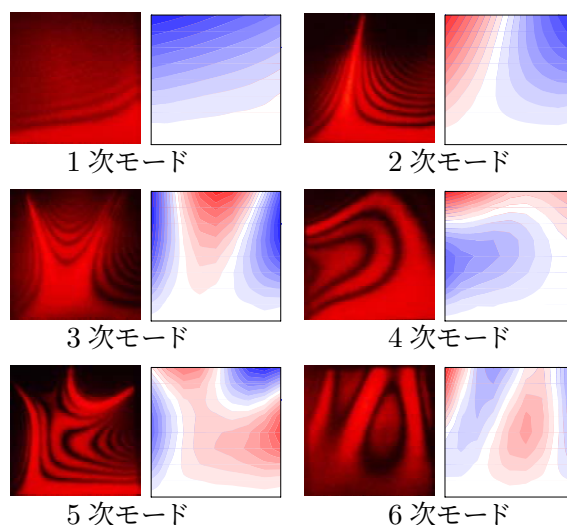


図3： $[60^\circ/60^\circ/-60^\circ/-60^\circ]_s$ の振動モード図
(左図: 実験結果, 右図: 本解析結果)

5 まとめ

本解析法による解析結果と既往の解および実験結果とを比較することにより、本解析法による数値解は一樣に収束性を持つこと、また8～10分割程度の分割数でも十分な精度を持つことを確認した。

クロスプライ積層板の振動モードをそれぞれ比較してみると、3次から5次までのモードが入れ変わって現れることが確認できた。またクロスプライ積層板とアングルプライ積層板のモードを比較してみるとモードが変形しているのが確認できる。これにより繊維の方向が振動モードに大きく影響を及ぼしていることが分かった。

今後は様々なアングルプライ積層板を対象に実験を行ない、本解析法による数値解と比較しアングルプライ積層板の自由振動特性を明らかにしていく予定である。

[参考文献]1) R.W.Claassen, C.J.Thorne : Vibrations of a Rectangular Cantilever Plate, J.Aerospace Sci., 29-11, pp1300-1305, 1962