構造系と入力波の不確定性を考慮した非線形動的解析

中央復建コンサルタンツ（株） 正会員 ○村上裕宣
京都大学防災研究所 正会員 本田利器

1. はじめに

近年，耐震設計や地震時の構造物挙動評価において重要性を増している動的解析においては，想定する実地震動が不確定性を有することは避けられない．また，構造物も，剛性などのパラメタに不確定性を有する．動的解析によって得られる応答もこれらの不確定性による影響を受けるため，不確定性を合理的かつ定量的に考慮した検討を行うことが重要である．また，動的応答は，入力地震動の時間周波数特性（周波数の時間的変化）により大きく影響を受けるため，このような影響も考慮することが重要である．

これらの点に鑑み，本研究では，入力波の時間周波数特性を考慮した上で，構造系および入力波の不確定性を効率的に考慮した動的解析手法を提案する．そして，線形系および非線形系を対象に数値解析を行い，提案手法の適用性の検証を行う．

2. 不確定性を考慮した動的解析手法

スペクトル確率手法[1]を用いた不確定性の考慮について簡単に述べる．同手法においては，系の不確定性を有するパラメタ及び解（変位量等）を，Homogeneous Chaos 空間（HC 空間）に射影し，その直交基底である Polynomial Chaos（PC 汎関数）を用いて展開する．HC 空間は，0 次 HC 空間は定数信号の集合，1 次 HC 空間はガウス確率過程の集合のように定義される．異なる次数の HC 空間は，ガウス確率測度に関して直交しており，無限大の次数までの HC 空間の直和は，2 次確率過程の集合に一致する．それぞれの次数の HC 空間においては，正規ガウス確率変数を引数とする有限個数の PC 汎関数がその直交基底を構成する．実際の計算においては，考慮する HC 空間の次数を有限値（HC 次数．以下では，**HC** と表す.）として近似解を算出する．このとき，その次数までの HC 空間の直和の直交基底を構成する PC 汎関数の項数（PC 次数）も有限となる．このような表現は PC 展開と言われ，たとえば，変位 u は，

$$u = \sum_{i=0}^{N_{PC}} u_i \Psi_i \qquad \text{（ただし，} N_{PC} \text{ は PC 次数，} \Psi_n \text{ は } n \text{ 次 PC 凡関数，} u_i \text{ は係数を表す.）} \cdots\cdots (1)$$

と表される．

また，入力波の不確定性は，解析信号ウェーブレットを用いて定義される，時間周波数軸上で局在性を持つ位相（ウェーブレット位相[2]）の不確定性として表す．これにより，入力波の時間周波数特性を維持したまま波形の不確定性の考慮が可能となる．

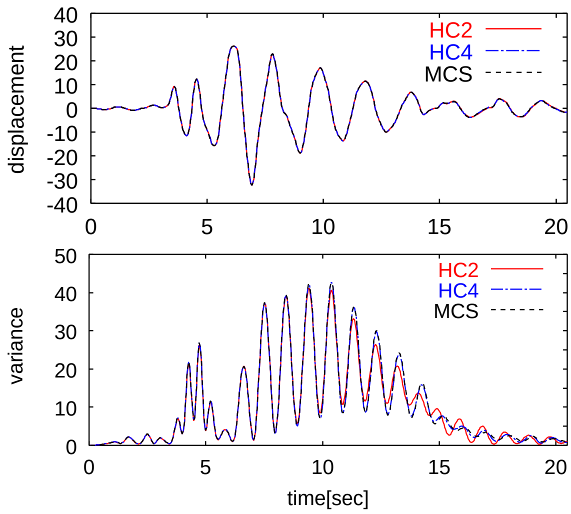
これらの不確定性を有するパラメタおよび解を含むシステム方程式を，**HC** 次までの HC 空間で近似する．そのため，同 HC 空間の直交基底である PC 汎関数への射影（ガウス確率測度を用いた積の期待値）をとり，連立方程式を得る．PC 凡関数が直交基底を構成するため，これらより得られる解は，システム方程式を **HC** 次までの HC 空間内での最良近似を与えるものとなる．スペクトル手法は，解析が効率的であり，また，期待値や分散に加え，確率密度関数も算出することができると言う利点を有する．

3. 数値解析

提案手法適用性の検証を行うため，一質点系を対象に動的解析を行い，モンテカルロシミュレーション (MCS) による結果との比較を行う．

(1) 線形系への適用

系の剛性はガウス分布の不確定性を有するものとし，ばらつき（分散）は期待値の 10%とする．系の質量は 0.1，剛性の期待値は

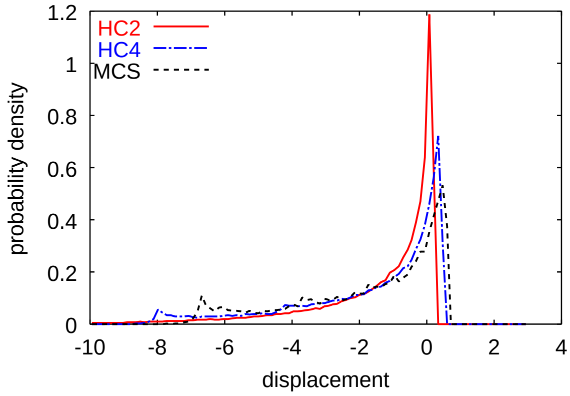


図–1 線形系の変位の時刻歴（上：期待値，下：分散）

キーワード: スペクトル確率手法，不確定性，非線形動的解析
連絡先: 〒 611-0011 京都府宇治市五ヶ庄 Tel 0774-38-4067 / Fax 0774-38-4070

1.0 [1/sec^2]，減衰定数は 0.1 とする．入力として，兵庫県南部地震において神戸海洋気象台で観測された強震記録（NS 成分）を用いる．時間間隔は 0.04 秒とし，合計 512 ステップの解析を行うものとする．入力の不確定性としては，最大振幅を有する成分のウェーブレット位相にガウス分布を有する不確定性を考え，そのばらつき（分散）は 0.2π とする．MCS の試行回数は 10,000 回とする．考慮する HC の次数は 2 及び 4 とする．

図–1 に応答変位の期待値および分散の時刻歴を，**図**–2 に時刻 t=16.0 [sec] における応答変位の確率密度関数を示す．いずれにおいても，提案手法による結果は，MCS の結果を良い精度で再現できていることが分かる．また，**HC** の増加に伴い若干の精度の向上が見られる．



図–2 応答変位の確率密度関数（線形系，t=16.0 [sec]）

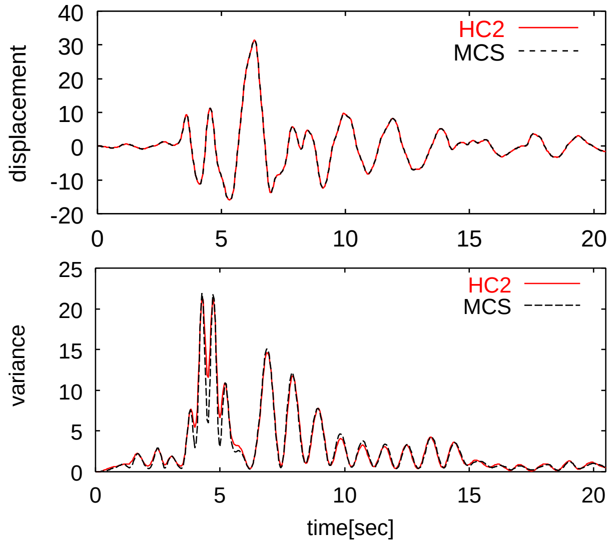
(2) 超弾性系への適用

非線型系への適用性を検討するため，剛性が変位の関数となる超弾性である一質点系を対象に解析を行う．初期剛性にガウス性の不確定性を考え，ばらつきは期待値の 10%とする．初期剛性の期待値は 1.0 [1/sec^2] とし，HC の展開次数は 2 とする．系のその他の諸元，入力及びその不確定性，MCS の試行回数は，前解析ケースと同じとする．

図–3 に応答変位の期待値および分散の時刻歴を示す．提案手法による結果は，良い近似精度で MCS の結果を再現できている．

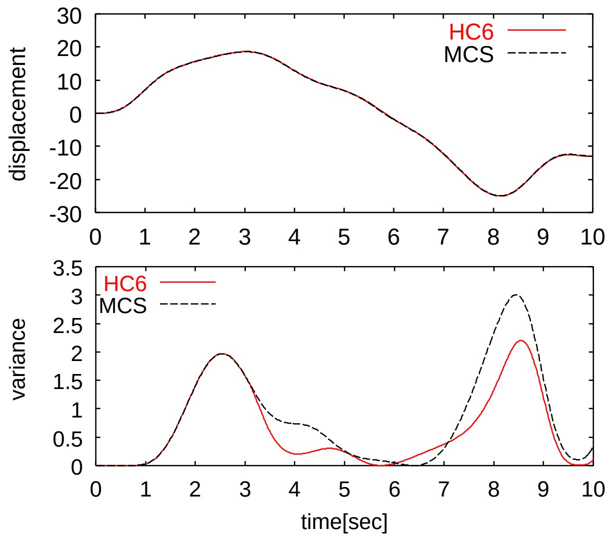
(3) バイリニア型モデルへの適用

バイリニア非線形 1 質点系に対する適用性についての検討を行う．系の不確定性として，剛性の不確定性を考え，ばらつきは期待値の 5%とする．質量は 0.1，初期剛性および二次剛性の期待値は 1.0 [1/sec^2] 及び 0.3 [1/sec^2]，降伏力を 10.0 [1/sec^2] とする．入力は周期 10.0 [sec] の正弦波とし，不確定性は考えない．時間間隔は 0.02 秒とし，合計 500 ステップの解析を行うものとする．MCS の試行回数は 20,000 回とする．HC は 6 次まで考慮した．



図–3 応答変位の時刻歴（超弾性体，上：期待値，下：分散）

図–4 に応答変位の期待値および分散の時刻歴を示す．速度が反転する 3 [sec] 付近までは，期待値，分散ともに精度良く近似できている．しかしそれ以降，分散の近似精度が低下している．これより，構造物の破壊までは良い精度での解析が可能であるが，破壊以後の複雑な挙動の推定においては精度が低下すると考えられる．



図–4 応答変位の時刻歴（バイリニア型モデル，上：期待値，下：分散）

4. おわりに

スペクトル確率手法を用いて，構造系および入力波の不確定性を効率的に考慮する動的解析手法を提案した．また，提案手法を用いて線形及び非線形の動的応答解析を行い，モンテカルロシミュレーションとの比較から，その精度，適用性について検討した．線形系及び超弾性系に対しては高い精度を示したが，バイリニア系に対する適用性には限界が見られた．

参考文献

1) Ghanem, R. G. and P. D. Spanos. *Stochastic Finite Elements - A Spectral Approach*. Springer - Verlag NY, 1991.
2) 大濱吉礼. 解析信号ウェーブレットによる地震波形合成法に関する研究. 京都大学大学院修士論文, 2002.