

## 内容液を有する偏心薄肉二重円筒シェルの水平振動解析

正会員 ○高 西 照 彦

九州産業大学工学部 正会員 水 田 洋 司

新日本製鐵 正会員 川 口 周 作

1. まえがき 著者等は前論<sup>1)</sup>において、水平方向の定常加振を受ける偏心二重円筒シェル内容液の動的解析法を示し、解析結果と実験結果とが良く一致することを確認した。前論では加振振動数が比較的小さい場合に、内容液に生ずるスロッシング現象を取扱っており、このとき、シェル自体は剛であると仮定した。本論では、加振振動数が比較的高い場合に対する偏心二重円筒シェルの振動解析法を示すことにする。この場合、内容液にはスロッシング振動は発生せず、円筒シェルはシェル自体の慣性力と内容液による動水圧を受けて弾性変形を生ずると考えられる。本論は、偏心二重円筒シェルが定常水平振動を受けたとき、内容液の動的挙動については双極座標変換と差分法を用いて、シェルについては有限要素法を用いて理論解析を行い、数値計算を行ってその計算結果と振動台を用いた振動実験によって得られた結果とを比較することによって、理論解析法の有用性を示したものである。

## 2. 解析理論 2.1 内容液について 二重円筒シェルの内槽と外槽とに囲

まれた内容液の運動を支配する方程式は、周知のラプラスの方程式で表される。いま、直角座標で表したラプラスの方程式において、図-2に示すように、 $z$ 座標はそのままにして、 $xy$ 座

標に変換  $\alpha + i\beta = \log\{[x + i(y+c)]/[x + i(y-c)]\}$  (1)

を施せば、それは双極座標 $\alpha\beta$ を用いて次式のように表される。

$$h^2(\partial^2\varphi/\partial\alpha^2 + \partial^2\varphi/\partial\beta^2) + \partial^2\varphi/\partial z^2 = 0 \quad (2)$$

ここに、 $i$ は虚数単位、 $1/h$ は写像拡大率で  $h = (\cosh\alpha - \cos\beta)/c$  (3)

上式で $c$ は図-2に示す様に $y$ 軸上の定点 $O_c$ までの距離である。境界条件は

$$(i) \partial\varphi/\partial z = 0, (z = -H) \quad (4)$$

$$(ii) h(\partial\varphi/\partial\alpha) = -\dot{y}(t)\cos\Theta - \dot{w}^{(a)}, (\alpha = \alpha_{a,b}, \Theta = \Theta_{a,b}, a = a, b) \quad (5)$$

$$(iii) \partial\varphi/\partial t = 0, (z = 0) \quad (6), \quad \dot{w}^{(a)} \text{はシェル} a \text{の母線の半径方向変位速度。}$$

さて、式(2)と式(4)~(6)の境界条件を満たす $\varphi$ の解析解を求めることは困難なので、本論ではそれに差分法を用いて求めることにした。 $\varphi$ が得られれば、内容液の動水圧応答 $\sigma$ は次式によって与えられる。

$$\sigma = -\rho(\partial\varphi/\partial t) \quad (7)$$

## 2.2 円筒シェルについて

図-3に示すように、内、外槽の円筒シェルをリング要素に分割し、 $i$ 節線についてその変位成分を $\bar{u}_i$ （母線方向）、 $\bar{v}_i$ （円周方向）、 $\bar{w}_i$ （法線方向）、 $\bar{\beta}_i$ （節線回りの回転角）とし、これに

$$w^{(a)} = \sum_{n=1} w_n^{(a)} \cos n\theta \quad (8)$$

のように、それぞれ $\cos n\theta$ （ $\bar{v}_i$ については $\sin n\theta$ ）で展開し、その係数を $w_n^{(a)}$ のように表わすことにする。本論では変位成分のうち $u_n^{(a)}, v_n^{(a)}$ については1次の、 $w_n^{(a)}$ については3次の内挿関数を用いた。ここで、リング要素の歪成分を変位成分によって表わし、さらにフックの法則を用い

キーワード：偏心二重円筒タンク、動的応答、振動解析、差分法

連絡先：〒805-0035 北九州市八幡東区山路2丁目4-8、TEL.093-652-0994

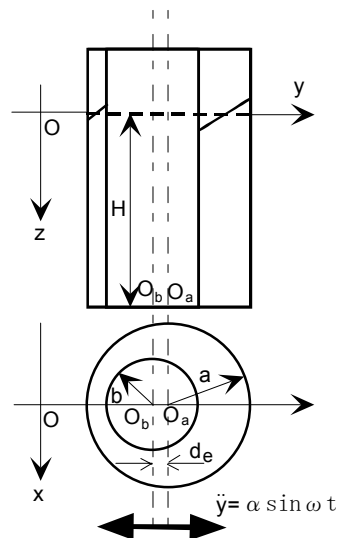


図-1 偏心二重円筒シェル

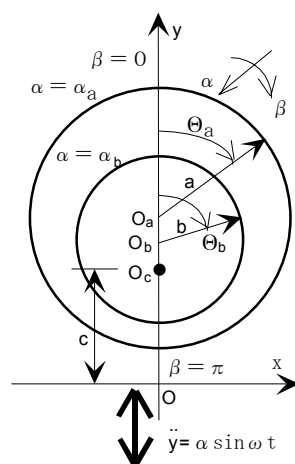


図-2 双極座標

ば、円筒シェルのポテンシャルエネルギー  $PU$  を求めることができる。つぎに、円筒シェルの密度  $\rho_s$ 、厚さ  $h_s$  が与えられれば、変位成分を用いてその運動エネルギー  $PK$  を求めることができる。さらに、加振加速度が与えられれば、変位成分を用いてシェルの慣性力を得ることができ、これと式(7)に示した壁面動水圧を用いることによって、シェルに対して外力のなす仕事量  $PW$  が求められる。ここでハミルトンの原理

$$\int_{t_1}^{t_2} \delta(PK - PU)dt + \int_{t_1}^{t_2} \delta PW dt = 0 \quad (9)$$

を適用すれば、偏心二重円筒シェルに対する振動方程式が得られて次のように書くことができる。 $(\mathbf{M}_n + \Delta\mathbf{M}_n)\ddot{\mathbf{Q}}_n + \mathbf{K}_n\mathbf{Q}_n = \mathbf{P}_n\ddot{y}$  (10) ここで、 $\mathbf{M}_n$  は質量行列、 $\Delta\mathbf{M}_n$  は動水圧に基づく付加質量行列、 $\mathbf{K}_n$  は剛性行列、 $\mathbf{P}_n$  は入力加速度に掛かる係数行列で、シェルの等価質量と内容液中の固定水の等価質量から構成されている。また、 $\mathbf{Q}_n$  は節線変位振幅ベクトルを

$\mathbf{d}_n^{(a)} = \{u_n^{(a)}, v_n^{(a)}, w_n^{(a)}, \beta_n^{(a)}\}^T$  としたとき、 $\mathbf{Q}_n = \sum_{a=1}^N \mathbf{d}_n^{(a)}$  で表わされる全変位ベ

クトルである。

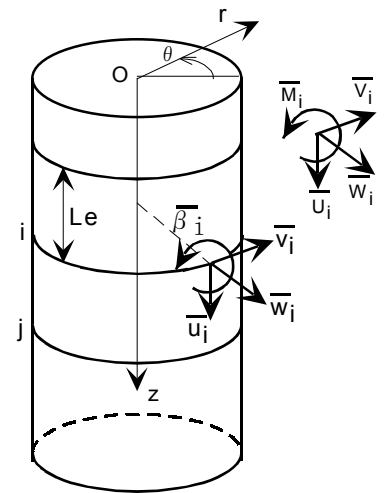


図-3 リング要素並びに節線変位と節線力

3. 実験結果及び理論値との対比 実験<sup>2)</sup>に用いた偏心二重円筒シェル模型は厚さ1cmの亚克力製で、

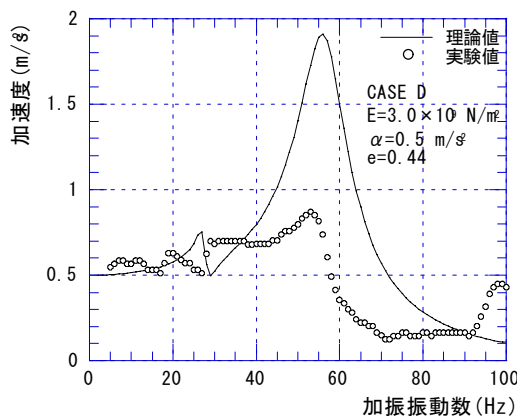


図-4 円筒容器（外槽）の加速度共振曲線

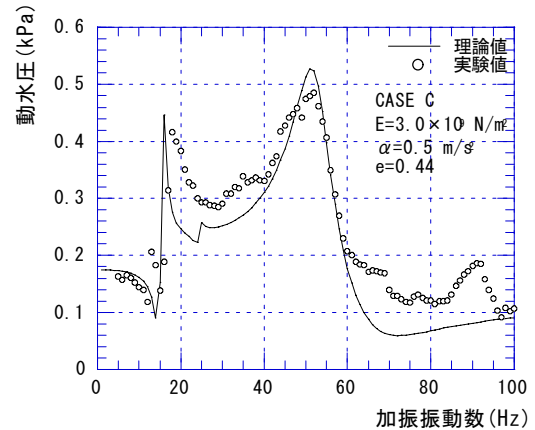


図-5 動水圧の共振曲線（外槽の内壁）

内槽及び外槽の外径がそれぞれ0.3m, 0.4m, 高さ0.8m

である。偏心距離はそれぞれ1, 2, 3, 4cmとした。密度は1220kg/m³、弾性係数は3.00×10⁹N/m²、ポアソン比は0.294である。内容液としては水を用い、水深は0.5mとした。模型を振動台上に固定して加速度振幅50galで調和加振を行い、5～100Hzの範囲で1Hz毎に、それぞれ内、外槽シェルの加振方向の壁面上に選んだ点における動水圧および加速度を計測して、その共振曲線を求めた。一方、本論で示した理論解析結果を用いて数値計算を行った。計算においては、円筒容器を内、外槽共、空中部分については3等分の、水中部分については5等分のリング要素に分割した。差分法で採用した分割数は $\alpha$ 方向に4等分、 $\beta$ 方向に10等分である。図-4, 5に結果の1例を示した。図-4は内槽と外槽に囲まれた領域に内容液が存在する場合、図-5は内・外両槽に内容液が存在する場合の結果で、図-4は外槽の下から20cmの位置における加速度の共振曲線を、図-5は水深が30cmの位置における外槽の内壁面上における動水圧の共振曲線を示している。図-5の動水圧については、理論計算によって求めた共振曲線は、実験値のそれとその変化の傾向が比較的良く一致しているといえるが、図-4の円筒シェルの加速度共振曲線については、4次の共振点である57Hz近傍における応答値に関して両者の間に大きな差が生じている。シェル（外槽）の4次の変位モードを見ると、半径方向の変位成分と回転変位成分とが卓越している。実験においてはこれらの両変位成分を区別して計測していないので、理論値が何れの成分を過大評価しているのかについては現時点では判断することが出来ない。

1) 高西・水田・川口：水平加振を受ける偏心二重円筒タンク内容液の動水圧応答，土木学会西部支部研究発表会，2003.3.

2) 矢野・水田・白地・北原：偏心二重槽タンクの振動台実験，土木学会西部支部研究発表会，2002.3.