

5層せん断モデルの構造同定

日本大学	正会員	○塩尻 弘雄
日本大学	非会員	清水 貴寛
日本大学	非会員	谷 和真
日本大学	非会員	アブドラ アブリカム

1. はじめに

実測データに基づく構造物の振動特性評価と各部の質量、剛性、減衰等の力学特性の推定は、対象構造物に対する設計法、施工法、維持管理法の妥当性を検討する目的にも利用され、構造工学の広い分野において基盤となっている。今回、数値モデル、実験モデルにより得られた加速度データ等よりの振動特性と各部の力学特性の同定法の妥当性を検討する。

2. 同定方法

1) 伝達関数の計算について

入出力の時刻歴を M 個のセグメントにわけ、FFT でフーリエ変換をし、平均化して伝達関数 $H_m(\omega)$ を求める。

$$H_m(\omega) = \frac{\sum_j X_j(\omega) Y_j^*(\omega)}{\sum_j X_j(\omega) X_j^*(\omega)} = \frac{\overline{W_{xy}(\omega)}}{\overline{W_{xx}(\omega)}}$$

$X_k(\omega), Y_k(\omega)$ は入出力の各セグメントのフーリエ変換値である。この伝達関数を振動数領域でフィッティングすることで、マルコフパラメータ $\{Y_k\}$ が求められる。すなわち $z_k = e^{i\omega_k \Delta t}$ とし、

$H(z_k) = \bar{Q}^{-1}(z_k) \bar{R}(z_k)$ と仮定する。ここで、

$$\bar{Q}(z_k) = I + \bar{Q}_1 z_k^{-1} + \cdots + \bar{Q}_p z_k^{-p}$$

$$\bar{R}(z_k) = \bar{R}_0 + \bar{R}_1 z_k^{-1} + \cdots + \bar{R}_p z_k^{-p}$$

$H(z_k)$ は既知として、係数比較により $\bar{R}_0 \sim \bar{R}_p$, $\bar{Q}_1 \sim \bar{Q}_p$ を求める。単位パルス入力に対する応答 Y_k は次のように求められる。

$$Y_0 = \bar{R}_0$$

$$Y_k = \bar{R}_k - \sum_{i=1}^k \bar{Q}_i Y_{k-i} \quad (k = 1, \dots, p)$$

$$Y_k = -\sum_{i=1}^p \bar{Q}_i Y_{k-i} \quad (k = p+1, \dots, \infty)$$

2) RD 法について

測定されたランダムな入力に対する応答波に対して、次式を用いることにより、ランダムな入力、観測ノイ

ズ等が相殺された自由振動波形を得ることができる。

$$x(T) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N y(t_n + T)$$

但し、 $y = 0, dy/dt > 0$ となった時刻を t_n とする。

3) ERA 法について

上記の伝達関数より得られたマルコフパラメータや、RD 法で得られた自由振動波形を用いて、ハンケル行列を組み立て、それに対する最小実現の固有値解析から固有値、固有モードを求める。

2.2 各部力学特性の同定

モードパラメータ、伝達関数から力学特性を同定する。各部の質量、剛性、減衰からなる n 次元状態ベクトル x_t は以下の式で求める。

(1) モードパラメータよりの同定

$$\sum_{k=1}^{NS} \left\{ \begin{aligned} &\{\phi_i^u\}^T \left[\frac{\partial \delta K}{\partial x_k} \right] \{\phi_j^d\} + \{\phi_i^u\}^T \left[\frac{\partial \delta C}{\partial x_k} \right] \{\phi_j^d\} \lambda_j^d \\ &+ \{\phi_i^u\}^T \left[\frac{\partial \delta M}{\partial x_k} \right] \{\phi_j^d\} \lambda_j^d \lambda_j^d \end{aligned} \right\} x_t = (\lambda_i^u - \lambda_j^d) \left[\{\phi_i^u\}^T [C] \{\phi_j^d\} + \{\phi_i^u\}^T [M] \{\phi_j^d\} (\lambda_i^u + \lambda_j^d) \right]$$

ここで、 $\{\phi_i^u\}$:モード形(仮定値), $\{\phi_j^d\}$:モード形(観測値), $\{\lambda_i^u\}$:固有値(仮定値), $\{\lambda_j^d\}$:固有値(観測値)

(2) 伝達関数よりの同定

$$\sum \left\{ \omega_j^2 \left[\frac{\partial \delta M}{\partial x_k} \right] - i\omega_j \left[\frac{\partial \delta C}{\partial x_k} \right] - \left[\frac{\partial \delta K}{\partial x_k} \right] \{U + \delta U\}_j \right\} x_t = \{-\omega_j^2 [M] + i\omega_j [C] + [K]\} \{\delta U\}_j$$

ここで、 $\delta M, \delta K, \delta C$ は質量・剛性・減衰行列の、初期状態、あるいは推定値からの変化を表す。

3. 数値解析

起振装置による加振、常時微動、風力等といった入力を、想定した5層モデルに与え、ノイズを加えた加速度応答を求める。得られた応答に対し、同定を行い、未知入力の割合の増減と同定値との相関関係を調べる。

4. 数値モデルでの結果

図1はモードパラメータ使用による剛性の同定結果で

同定, ERA 法, RD 法, モードパラメータ, 伝達関数

日本大学大学院理工学研究科 (〒101-8303 千代田区神田駿河台 1-8, Tel&Fax 03-3259-0876)

ある．常時微動に風が加わった場合は，風の割合の増加に伴い同定値の相対誤差が大きくなっているのに対し，加振力を加えた場合は未知外力の量にあまり左右されない結果を得た．このことより，加振力を与えたほうがより正確な結果を得ることができると言える．

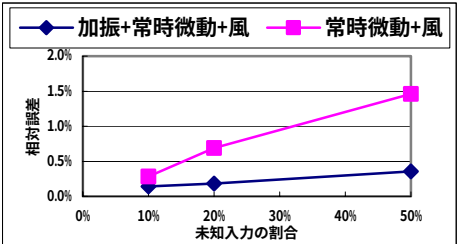


図1 同定値の相対誤差

5. 模型実験とデータ処理

同定法の検証のため，模型実験を行った．図2のような5層せん断モデルを用い，表1のような5つのケースについて静的試験と動的試験の2種類の試験を行った．

静的試験は，ダイヤルゲージを用い，4kg，8kgの水平力を各層に加え，各層の変位を測定した．動的試験としては，与えた水平力を急激に解放する自由振動実験，振動台を用いての Sweep 波加振，White noise 波加振，実際に起こった地震である El Centro 地震波の 1/100 波加振を単軸方向について行った．応答を各層に取り付けた加速度計で測定した．

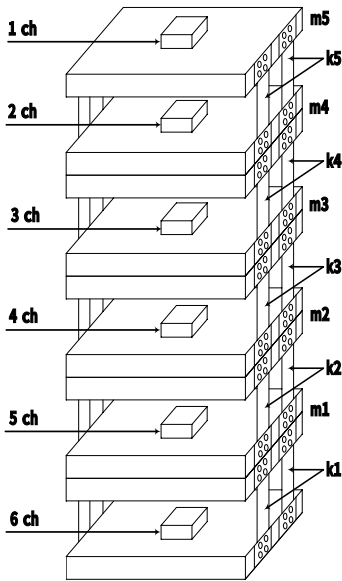


図2 実験モデル図

①静的試験について

ダイヤルゲージにより測定された各層の変位量から，各板ばねの剛性を求める．理論値として軸力を考慮に入れた板ばねの剛性を計算する．

②動的試験について

Sweep 波，White noise 波，El Centro 波に対する応答について，まず FFT 法により伝達関数を得る．この伝達関数を用い，マルコフパラメータを求め，ERA 法により固有値，固有モードを計算する．

また，White noise 波，El Centro 波については RD 法

を用いることにより，自由振動波形を求めて，ERA 法によりモードパラメータを求める．

自由振動実験結果については直接 ERA 法によりモードパラメータを求める．

表1 実験ケース表

ケース名	モデル構成
ケース1	標準ケース
ケース2	k 3 両端の板バネをリン青銅に変更
ケース3	k 1，k 3 の両端の板バネをリン青銅に変更
ケース4	k 3 の片方の板バネをリン青銅に変更
ケース5	k 1，k 3 の片方の板バネをリン青銅に変更

6. 実験値への適用結果

図3は case3 に対する静的実験より求めたばね剛性，軸力を考慮に入れた理論値，Sweep 試験より同定したばね剛性を用いて，固有振動数を求め，計測値と比較した図である．動的試験からの同定値は動特性を良好に表現できる．

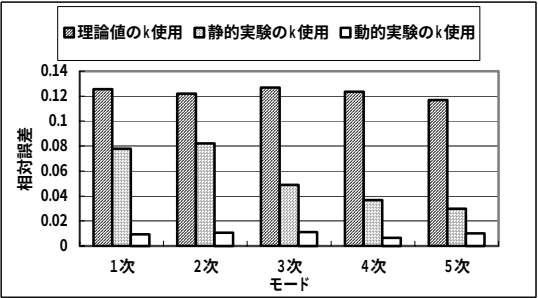


図3 固有振動数の計測値に対する相対誤差

case3 の White noise 波加振における RD，FFT 双方からのモード特性を用いた構造同定と，伝達関数を用いた構造同定の結果を比較した結果を図4に示す．良好な一致が認められる．

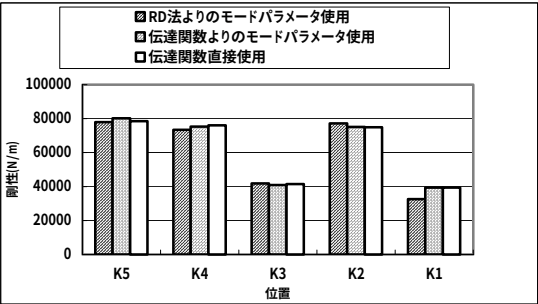


図4 case3 White noise 波使用

7. まとめ

モードパラメータ，伝達関数，および部材等力学特性の同定法について，数値モデル，模型実験により適用性を検討し，良好な精度で同定できることを確認した．とくに入力既知である場合，高い同定精度が得られることを明らかにした．