

## 地震動の振幅スペクトルに及ぼす位相スペクトルの不確定性の影響

(財)鉄道総合技術研究所 正会員 川西 智浩  
 京都大学防災研究所 正会員 佐藤 忠信  
 (財)鉄道総合技術研究所 正会員 室野 剛隆

## 1. はじめに

地震動の非定常性を支配する要因となっているのは、位相スペクトルである。著者らはこれまでに、位相スペクトルを角振動数で微分した群遅延時間のモデル化に関して一連の研究を行ってきた<sup>1)</sup>が、このモデルでは群遅延時間の平均値と標準偏差によりモデル化が行われており、モデルを用いて決定される位相スペクトルには不確定性がある。そこで本研究では、位相スペクトルの不確定性が地震動の振幅スペクトルに及ぼす影響について考察する。

## 2. 群遅延時間の微小変化による振幅への影響

まず、地震動の時刻歴波形  $x(t)$  は、次式のように表される。

$$x(t) = \sum_{k=1}^N x_k(t) = \sum_{k=1}^N a_k \cos(\omega_k t + \phi_k), \quad \phi_k = \phi_0 + \sum_{l=1}^k \xi_l, \quad \xi_l = t_{gr,l} \cdot \Delta\omega \quad (1)$$

$a_k$  は振幅スペクトル、 $\phi_k$  は位相スペクトル、 $\phi_0$  は初期位相、 $t_{gr,l}$  は群遅延時間である。また著者ら<sup>2)</sup>は、地震動が因果性を有していることを拘束条件として、振幅と位相の関係が次式で表されることを示している。

$$a_l \sin \phi_l = 2 \sum_{k=1}^{N/2-1} \gamma_{l,k} a_k \cos \phi_k + \gamma_{l,N/2} a_{N/2} \cos \phi_{N/2} \quad (2)$$

$$\gamma_{l,k} = -\frac{2}{N} \sum_{m=1}^{N/2-1} \cos\left(\frac{2\pi km}{N}\right) \sin\left(\frac{2\pi lm}{N}\right) \quad (3)$$

ここで、(1)式における  $t_{gr,l}$  のうち、 $m$  番目の群遅延時間  $t_{gr,m}$  のみを  $t_{gr,m} + \Delta t_{gr}$  に変え、新たに位相スペクトル  $\phi_k$  を算定する。そして、新たな  $\phi_k$  を用いて(2)式より振幅スペクトル  $a_k$  を求めることにより、群遅延時間の微小変化が振幅スペクトルに与える影響を検討する。

一例として、兵庫県南部地震において神戸海洋気象台で観測された地震波(NS成分)の最大加速度を1.0(gal)に調整した波形について、 $t_{gr}=0.01(\text{sec})$ として変化させた位相を用いて、(2)式より算定した振幅スペクトルを、観測波の振幅スペクトルとともに図1に示す。 $m=5$ 及び $m=252$ では、観測波の振幅スペクトルを概ね再現できているが、 $m=60$ では観測波とはかなり異なった振幅の形状になっている。観測波の振幅スペクトルを見ると、 $k=5, 252$ に比べて、 $k=60$ では振幅の値が非常に大きくなっている。したがって、振幅の値が大きくなっている振動数における群遅延時間を微小変化させると、振幅スペクトルに大きな影響を及ぼすことがわかる。

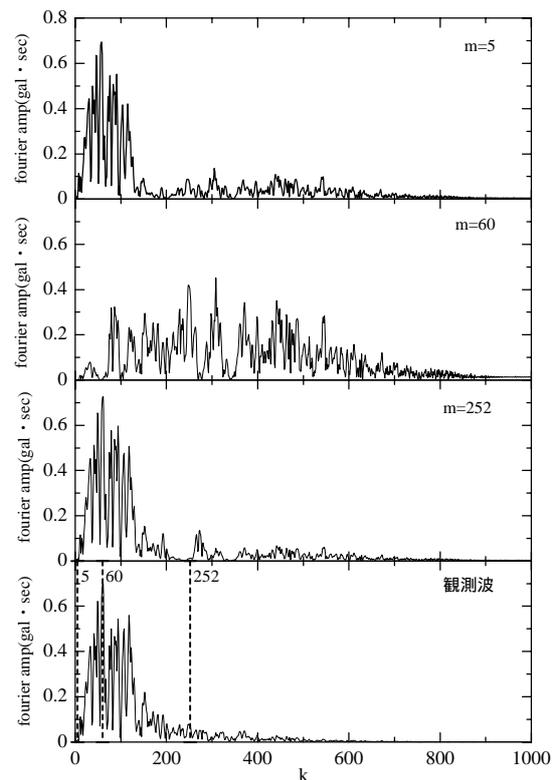


図1 微小変化させた群遅延時間を用いて求めた振幅スペクトルと観測波の振幅スペクトルの比較  
 (神戸海洋気象台波形)

キーワード 地震動, 位相スペクトル, 振幅スペクトル, 不確定性, 群遅延時間

連絡先 〒185-8540 東京都国分寺市光町 2-8-38 TEL 042-573-7261 FAX 042-573-7248

### 3. 位相スペクトルの不確定性の影響

まず，時刻歴波形  $x_k(t)$  の，位相  $\phi_k$  に関する期待値を  $\bar{x}_k(t)$  とすると，(2)式より，

$$\begin{aligned} \bar{x}_k(t) &= E[x_k(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \cdots \int_{-\infty}^{\infty} a_k \cos\left\{\omega_k t + \phi_0 + \sum_{l=1}^k \xi_l\right\} p(\xi^{(k)}) d\xi_1 d\xi_2 \cdots d\xi_k, \quad \xi^{(k)} = (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_k)^T \\ &= a_k \exp\left\{-\frac{1}{2} \sum_{l=1}^k \sum_{m=1}^k S_{lm}\right\} \cos\left(\omega_k t + \phi_0 + \sum_{l=1}^k \mu_l\right) \end{aligned} \quad (4)$$

である．ここで， $S_{lm}$  は  $\xi$  の共分散， $p(\xi^{(k)})$  は  $\xi^{(k)}$  の確率密度関数である．また， $\mu_l$  は  $\xi_l$  の平均値であり，群遅延時間  $t_{gr,l}$  の平均値を  $\mu_{igr}$  とするとき， $\mu_l = \mu_{igr} \cdot \Delta\omega$  となる．(4)式の片側フーリエスペクトルを  $\bar{x}_k(\omega)$  とし， $\phi_0 = 0$  とすると，

$$\bar{x}_k(\omega) = a_k \exp\left\{-\frac{1}{2} \sum_{l=1}^k \sum_{m=1}^k S_{lm}\right\} \exp\left\{i \left(\sum_{l=1}^k \mu_l\right)\right\} \delta(\omega - \omega_k) \quad (5)$$

$$\bar{X}_k = \int_{-\infty}^{\infty} \bar{x}_k(\omega) d\omega = a_k \exp\left\{-\frac{1}{2} \sum_{l=1}^k \sum_{m=1}^k S_{lm}\right\} \exp\left(-i \sum_{l=1}^k \mu_l\right) \quad (6)$$

となる．いま，群遅延時間が振動数間において無相関であるとすると，

$$\bar{x}_k(t) = a_k \exp\left\{-\frac{1}{2} \sigma_0^2 \omega_k\right\} \cos\left(\omega_k t + \sum_{l=1}^k \mu_l\right), \quad \frac{\bar{X}_k}{a_k} = \exp\left\{-\frac{1}{2} \sigma_0^2 \omega_k\right\} \exp\left(-i \sum_{l=1}^k \mu_l\right) \quad (7)$$

となる．ここで， $\sigma_0^2$  は角振動数  $\omega_k$  における群遅延時間の分散を表す．(7)式より，特に高振動数領域では，群遅延時間の不確定性が大きくなると，地震動の振幅が大きく減少することがわかる．

ここでは一例として，振幅  $a_k$  を 1.0 と固定した場合における試算を行う．図 2 には，平均値  $\mu_{igr} = 0.0$  及び標準偏差  $\sigma_0^2 = 1.0$  とした場合における，角振動数  $\omega_k$  と(7)式の  $\bar{X}_k / a_k$  の対数との関係を示している．実線は(7)式による厳密解を，また破線は，群遅延時間を正規乱数により発生させた場合のモンテカルロシミュレーションの結果をそれぞれ示しており，両者は概ね一致している．また，図 3 には， $\mu_{igr} = 5.0$  の場合について， $\sigma_0^2$  の値を変えた場合の  $\bar{x}(t) (= \sum \bar{x}_k(t))$  の時刻歴波形を示している． $\sigma_0^2$  が大きくなると，最大加速度が急激に減少することがわかる．

### 4. おわりに

位相スペクトルの不確定性について基礎的な検討を行うことにより，地震動の位相スペクトルの不確定性が大きくなると，地震動の振幅スペクトルに大きな影響を及ぼすことを示した．実地震波は振動数間の群遅延時間に相関性を有しているため，その影響を加味した検討を行うことが今後の課題である．

謝辞 本研究は，国土交通省からの補助金を受けて得られた研究成果の一部である．

参考文献 1) 佐藤忠信，室野剛隆，西村昭彦：観測波を用いた地震動の位相スペクトルのモデル化，土木学会論文集，No.640/I-50，pp.119-130，2000．2) 佐藤忠信，室野剛隆：位相情報を利用した非定常地震動のシミュレーション法，土木学会論文集，No.752/I-66，pp.159-168，2004．

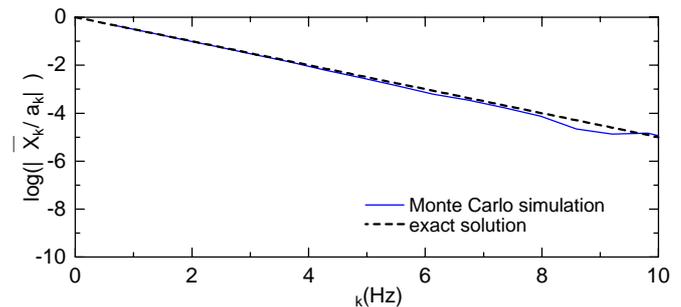


図 2 フーリエ振幅の比較 ( $\mu_{igr} = 0.0$  ,  $\sigma_0^2 = 1.0$ )

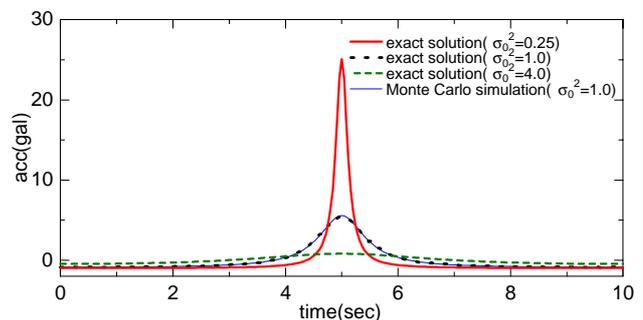


図 3 時刻歴波形  $\bar{x}(t)$  の比較 ( $\mu_{igr} = 5.0$ )