

確率的劣化プロセスを考慮した最適補修投資モデルに関するケース分析

(株) BMC | ○杉崎 光一 | フェロー会員 | 阿部 允
正会員 | 貝戸 清之 | | | | 正会員 | 石井 秀和
に踏襲する。)

1. はじめに

社会資本整備において維持補修の役割は年々上昇している。その中で、ライフサイクルコスト (LCC) を最小にする、もしくは費用便益分析からNPVを最大化するなどの手法が提案されてきた。それらの手法により、社会資本施設の計画に長期的な視野を入れることができた。しかし、限られた予算で、時々刻々と変化する不確実な状況を表す上では十分ではない。そのため、本論文では、確率的に変化する構造物における最適投資時期を決定するために、ベルマンの最適性原理を利用しモデル化することを目的とする¹⁾。

2. 本研究の位置付け

近年、維持補修における投資の是非を決定する手法としてLCCによる評価が定着しつつある。しかし、LCCの算出においては、構造物の確率的な変化（「構造物の劣化による状況の変化（性能劣化、補修費用の増加）」、「交通量の増大など要求性能の変化」）をあらかじめ想定してモデルとして組み込むことができない。

ベルマンの最適性原理とは、過去の状態（過去の選択）がどうであっても、現時点でそれ以降の最適な投資を行うことが期間全体での最適をもたらすというものである²⁾。投資の決定者は、現時点で投資をするか、延期をして投資を先延ばすかの決定権を有している。例えば、 t 期に状態が s_t であるときの最適戦略は次式で定式化される。

$$v_t(s_t) = \max_{a_t \in A} \{ r(s_t, a_t) + v_{t+1}(t(s_t, a_t)) \} \quad (1)$$

$$= r(s_t, a'_t(s_t)) + v_{t+1}(t(s_t, a'_t(s_t)))$$

s : 状態 | a : 政策 | a' : 最適政策 | r : 利得

ベルマンの最適性原理を社会資本整備の維持補修に照らし合わせると、現在の投資を待つことで、「劣化状況」、「交通量の増加」などの不確実性の減少からくるオプション価値としての利益と、「補修投資をしないことで劣化することによる負利益」とを比較して最適な投資時期を決める問題となる。

3. モデル

本論文のモデルは小林・上田¹⁾によるモデルを基本的

3. 1) 操作変数

劣化状態をカテゴリー n に分けると、状態 i で投資を行うか否かという決定問題として、最適補修投資問題をモデル化できる。つまり、操作変数は、

$$u_i = \begin{cases} 0 & \text{補修を見送る} \\ 1 & \text{補修を行う} \end{cases}$$

である（本論文では $n=4$ とする）。

3. 2) 劣化過程

劣化過程はマルコフ行列を利用する¹⁾。離散的な期間を想定した上でのマルコフ性とは、当期の劣化の確率が前期の状況にしか依存していないと考えられることである。このため劣化の過程は以下の式で表される。

$$Q_{ij} = (1 - u_i(t))P_{ij}^0(t) + u_i(t)P_{ij}^{00}$$

P_{ij}^0 : 劣化状態 i から j へと移行する確率過程

P^{00} : 補修を行ったとき完全に修復されることを表す確率過程

$$P^0 = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} & P_{14} \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} & P_{24} \\ P_{31} & P_{32} & P_{33} & P_{34} \\ P_{41} & P_{42} & P_{43} & P_{44} \end{bmatrix} \quad P^{00} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

3. 3) ベルマン方程式

式(1)を利用してベルマン方程式を立てると、次のようになる。

$$v(t) = \max_{u_i \in (0,1)} \{ (bR_i h - c) - (bd_i h + C_i)u_i(t) + v(t+1) \}$$

$$\text{遷移式} \quad Q_{ij} = (1 - u_i(t))P_{ij}^0(t) + u_i(t)P_{ij}^{00}$$

$$v_i(T) = 0 \quad T \text{ は終期 (寿命)}$$

これより、

$$v_i(t) = \max_{u_i \in (0,1)} \left\{ \{ (bR_i h - c) - (bd_i h + C_i)u_i(t) \} + \beta \sum_{j=1}^4 Q_{ij}(u_i(t))v_j(t+1) \right\} \quad (2)$$

となる。

この問題では $u_i(t) (i \in \{1,2,3,4\})$ について v は線形である。つまり $u_i=0$ と $u_i=1$ における v_i の大小関係が決まれば、 $u_i \in (0,1)$ 間で v_i の大小関係が逆転せずに連続的に決定されることが考えられる。よって、

キーワード) 維持管理、最適化、LCC、劣化過程)

連絡先: 〒261-7125 千葉県千葉市美浜区中瀬 2-6 WBG マリブウエスト 25F | Tel) 043-297-0207

$$\frac{\partial v_i(t)}{\partial u_i(t)} = -(bd_i h + C_i) + \beta \sum_{j=1}^4 (-P_{ij}^0(t) + P_{ij}^{00}) v_j(t+1, u_i(t)) \quad (3)$$

の符号によって $u_i(t)$ が決定される。

$$u_i(t) = \begin{cases} 0 & \text{if } \frac{\partial v_i(t)}{\partial u_i(t)} \leq 0 \\ 1 & \text{if } \frac{\partial v_i(t)}{\partial u_i(t)} > 0 \end{cases}$$

4．分析結果

本モデルで重要なポイントは、「投資を将来に先延ばすことの不確実性回避による便益」と「先延ばすことによる劣化がもたらす修繕費用の増大」との大小関係で u_i が決定されることである。そのため、設定によって様々な結論を得る可能性がある。そのため、以下のようなケースについてシミュレーションを試みた。

- ケース 1) 利用交通量に差がある場合
- ケース 2) 日常の利用便益に対して、通行止めによる単位交通量当りの損失便益が大きい場合

利用した数値

劣化状態 $i(t)$	信頼性 R_i	取替えによる使用不能日数割合 d_i	取替え工事費用(万円) C_i
1(良い)	0.9	0.3/365	150
2	0.5	1/365	200
3	0.3	2/365	300
4(悪い)	0.01	3/365	450
単位交通量当り利用者便益(万円)		両ケースで共通	B_s 0.01
		ケース2での損失	B_d 0.3
年間交通量(万台)		交通量が多い	H_h 200
		交通量が少ない	H_l 10
社会的割引因子 β	0.96	毎期の検査費用(万円)	40

劣化プロセス（マルコフ行列）

$$P^0 = \begin{bmatrix} 0.8 & 0.15 & 0.05 & 0.0 \\ 0.0 & 0.7 & 0.2 & 0.1 \\ 0.0 & 0.0 & 0.6 & 0.4 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 \end{bmatrix}$$

分析結果は式（3）の解のグラフの変動からすべて読み取った。（※グラフの横軸は期を表す。ただし 0 が寿命期（寿命は仮定）で 60 が施工期となるので注意。縦軸は（3）式の解である）

ケース 1) 利用交通量が多い場合は、工事費用が相対的に利用者損失より小さくなる。しかし、年間便益が通行止めによる損失を凌駕しているので、状態 2 で修繕をするのが最適となる。利用交通量が少ない場合は、図 7-2 で示される。補修によるコストは工

事費用の大きさに依存する。そして、工事費用と年間便益が釣合う時期で補修するか否かが決定する（図で正負が入れかわる期）。

ケース 2) この場合は、工事費用が通行止めによる損失に比して小さくなる。このため、年間交通量による便益と通行止めによる損失が釣合う点で決定する。また、寿命に近くなると、状態 4 でも補修するなという結論が得られる。

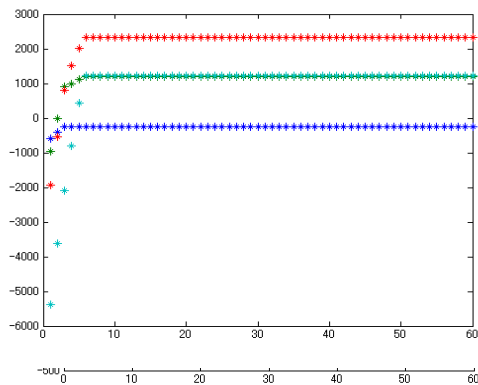


図 4-1) ケース 1 利用交通量が少ない

5．考察

通行止めによる単位交通量当りの損失便益が小さい場合、利用交通量が大きい施設では、常に状態 2 で実施をするという戦略が最適となった。しかし、低交通量下では、利用交通から生じる便益や補修工事による利用者の損失に対して、工事費用の大きさが相対的に大きくなる。これは、利用交通量の少ない施設の補修修繕には工事費用という予算制約が効いてくることを示唆している。また、通行止めによる損失の方を利用便益に対して相対的に大きくすると、通行止めによる利用者の損失と年間利用便益が釣合う点で修繕するか決定される。寿命付近の状態 4 でも補修するなというものは、工事による使用不能期間が長くなることで発生しているので、交通を止めないような補修の重要性を示唆していると言えよう。本論文の数値設定ではやらなかったが、1)でやられているように交通量や劣化過程を時間依存的に変化させれば、最適戦略はさらに多様になることがわかる。今後の課題としたい。

参考文献

1)小林潔司・上田孝行「インフラストラクチャ・マネジメント研究の課題と展望」土木学会論文集 No.744,2003,10

2)西村清彦「経済学のための最適化理論入門」東京大学出版会 1990