

破壊現象の解析に適した数値シミュレーション手法（FEM- β ）の開発

大成建設（株） 正会員 ○岩井 俊英
 東京大学地震研究所 正会員 小国 健二
 東京大学地震研究所 正会員 堀 宗朗

1. はじめに

破壊を伴う力学現象（亀裂の進展・圧縮応力下での変形の局所化など）は、数学的には連続変位場の中に不連続変位場が発生する問題である。このような連続変位場と不連続変位場が混在する問題を既存の数値解析手法を用いて解析することは極めて困難である。

連続体モデルに基づく境界値問題を数値的に解く有限要素法では、不連続性を扱うための手法として、破壊面に沿って要素を作り変えるリメッシュ、前もって不連続面を設定するジョイント要素などが導入されてきた。しかし、リメッシュに関しては（特に三次元計算の場合）膨大な計算コストが、ジョイント要素に関しては、一般性の欠如（前もって破壊面を設定する必要性）が問題点として挙げられる。

一方、実験で観察される破壊パターンの再現性に優れており、破壊現象の解析に適しているとされてきた手法に個別要素法がある。これは、物体をバネ・マスモデルに置き換え、破壊を剛体間のバネの切断により表現する手法であるが、剛体間のバネのバネ定数を一意に与える理論的裏づけに乏しく、もとの物理現象との等価性が必ずしも明確ではない。

2. 目的

そこで本研究では、有限要素法の観点から個別要素法を定式化しなおすことにより、「破壊現象の解析に適した数値シミュレーション手法」を開発することを目的とする。具体的課題は、もとの物理現象との等価性を保証するバネ定数を一意に決定する理論を個別要素法に提供すること、また、有限要素法に対しては、いたるところ不連続かつ重なりのない形状関数を導入することにより連続変位場と不連続変位場が混在する問題を簡便に解析する仕組みを与えることである。

3. FEM- β の概念

力学問題を解く流れは、現象（破壊現象）を物理問題（連続体モデル）として捉え、それを数理問題（境界値問題）に置き換え、最後に、関数を離散化して近似解を求める、という流れである（図1）。この流れに沿って解く手法の代表的なものが有限要素法である。一方、個別要素法は図1のようなステップを踏んでいないため、モデルの等価性に問題があるが、破壊問題を扱いやすいという長所を持っている。

個別要素法を図1の連続体モデルの解析の枠組みに入れて考えると、有限要素法では離散化に際し、微分可能な関数による補間を用いているのに対し、個別要素法では微分不可能な関数を導入しているとみなすことが出来る。この点が破壊現象の解析に個別要素法が適している理由のひとつと考えられる。

そこで、境界値問題と等価な変分問題による定式化までを連続体モデルの解析の流れに沿って行い、最後に汎関数の数値的評価のために変位場を離散化する際に、微分不可能な関数を導入する。これが本研究で提案する解析手法、FEM- β のかぎとなる概念である。

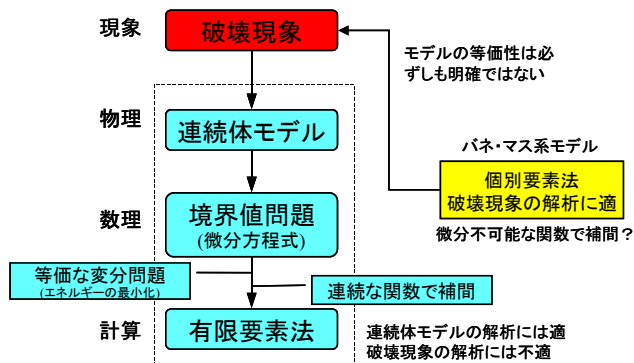


図1 力学問題の考え方

キーワード 破壊現象, 数値解析, 個別要素法, FEM- β

連絡先 〒113-0032 東京都文京区弥生 1-1-1 東京大学地震研究所 TEL 03-5841-5692

4. 定式化

二次元線形弾性問題を例に FEM- β の定式化を示す．図 2 のように解析対象を Voronoi 分割し，それぞれの Voronoi ブロックが剛体変位する変位場を考える．このとき図 3 に示す，隣接する 3 つの Voronoi ブロックの中心を結んだ線分で囲まれる三角形領域 A での平均ひずみを

$$\bar{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{A} \int_{\partial A} u_i n_j + u_j n_i d\ell \quad (1)$$

により，ブロック間の相対変位が領域 A の中につくる変位のギャップに基づき定義する．領域 A の中の平均応力は弾性定数 C_{ijkl} を用いて， $\bar{\sigma}_{ij} = C_{ijkl} \bar{\varepsilon}_{kl}$ と表される．

以上の平均ひずみ・平均応力の定義により，FEM- β で導入したいところ不連続な変位場に対して，通常の有限要素法と同様の手順に則って全体剛性マトリクスを得ることが出来る．この全体剛性マトリクスは解析対象領域が Voronoi 分割される限り，それと共役な Delaunay 分割を用いた 1 次三角形要素からなる有限要素法の全体剛性マトリクスと一致する．FEM- β では，この全体剛性マトリクスの成分を Voronoi ブロック間のバネ定数とみなす．以上の仕組みにより，個別要素法に対しては，もとの物理現象との等価性を保証するバネ定数が与えられ，有限要素法に対しては，いたるところ不連続かつ重なりのない形状関数が導入された．

破壊は領域 A の中での平均応力に基づき，破壊基準を満たす方向と一致するブロック境界の平均ひずみへの寄与をなくすことによる全体剛性マトリクスの成分の変化としてモデル化される．このように剛性マトリクスの成分を部分的に変化させ，領域 A の中での段階的な破壊進展をモデル化できる点が通常の有限要素法との大きな相違点であり，不連続かつ重なりのない形状関数の導入の意義である．

一方，個別要素法との比較では，隣接する 3 つのブロックの相対変位を考えて平均ひずみを定義したことが特筆すべき相違点として挙げられる．個別要素法では物体の変形は図 4 に示すように，2 つのブロックの相対変位により記述される．図 4 の t, n それぞれの方向の相対変位を与えた場合に 2 つの剛体間に生じる変位のギャップを「ひずみ」の指標とみなした場合のひずみ成分を考えると，剛体の中心を結ぶ線に垂直な方向の直ひずみ (ε_{nn}) は，2 つの剛体間にどのような相対変位が生じてても常に 0 である．この意味で，個別要素法ではひずみの定義が退化している．全てのひずみ成分を過不足なく表現するためには 3 つ以上の隣接ブロックの相対変位の考慮が必要である．FEM- β は剛体ブロック間の相対変位により生じるひずみの定義を完全化したものである．

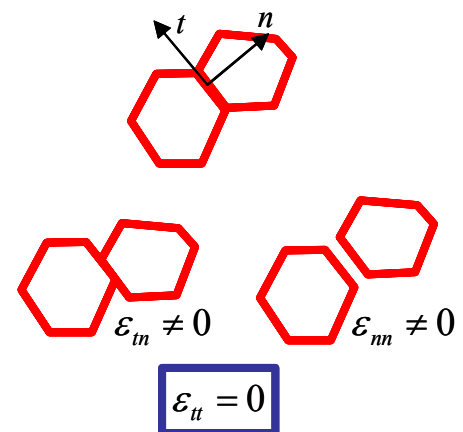


図4 個別要素法におけるひずみの退化

5. まとめ

本研究で提案する FEM- β に関して，現在までに数値解析ツールとしての基本的な性質（精度・収束性）の確認と簡単な破壊基準を用いた引張破壊現象の解析を行い，良好な結果を得ている．

参考文献

- 1) 岩井俊英，『破壊現象の解析に適した数値解析手法の開発』（東京大学修士論文，2003 年）
- 2) 伯野元彦，『破壊のシミュレーションー拡張個別要素法で破壊を追うー』（森北出版，1997 年）