

均質化法による道路舗装体の動的有限要素解析

中央大学
(株)日本総合研究所
中央大学学生員 ○久保田 聖
正会員 伊田 徹士
正会員 櫻山 和男

1. はじめに

道路舗装体は土木分野において、動的な外力を受ける構造物の1つである。近年この道路舗装体において、わだち掘れやひび割れなどが問題となっており、このメカニズムを解明することは安全面で重要なことといえる。その方法として、これまでいくつかの有限要素法に基づく解析手法^{1) 2) 3) 4)}が提案されてきた。しかしながら従来提案されている手法は2つの点において不充分であるといえる。第1に、動的な外力の影響を考慮していない静的な解析が主流であること。第2に、道路舗装体の材料として広く用いられているアスファルト混合物は本来複合材料であるが、その特性を考慮した解析がなされていないことである。

そこで、本研究では一般的な動的弾性解析手法に、内部微視的構造を考慮した解析手法である均質化法^{1) 5)}を導入し、道路舗装体に対する解析手法を構築することを目的とする。数値解析例として、FWD試験の動的数値シミュレーションを取り上げ、他の解析手法¹⁾との比較のもと本手法の妥当性について検討する。

2. 均質化法に基づく有限要素法

(1) 基礎方程式

線形弾性体の釣り合い条件式は、式(1)のようになる。

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_i} + b_j = 0 \quad (1)$$

ここで、 b_j は物体力を表す。微小部分に働く慣性力は $(-\rho \alpha)$ で導入できるため、次のように表すことができる。

$$\bar{X}_i = -\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \quad (2)$$

ここで、 ρ は密度、 u_i は軸方向の変位、 t は時間である。式(2)を式(1)に代入すると、

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_i} + b_j + \bar{X}_j = 0 \quad (3)$$

となる。これが、減衰項を無視した弾性体の微小部分に対する運動中の釣り合い方程式である。また、材料構成則を以下に示す。式(4)、式(5)はそれぞれひずみ-変位の関係式、応力-ひずみ関係式を表す。

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (4)$$

$$\sigma_{ij} = D_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad (5)$$

ここで、 D_{ijkl} は弾性テンソルを表す。

(2) 仮想仕事の原理式

式(3)に対し仮想仕事の原理式に基づく定式化を行う。仮想変位を u_i^* とすると仮想仕事の原理式は式(6)のようになる。

$$\int_{\Omega} \rho \frac{\partial^2 u_j}{\partial t^2} u_i^* d\Omega + \int_{\Omega} D_{ijkl} \frac{\partial u_k}{\partial x_l} \frac{\partial u_i^*}{\partial x_j} d\Omega = \int_{\Gamma_t} t_i u_i^* d\Gamma_t \quad (6)$$

式(6)において、左辺第1項が慣性力による項である。本研究において、物体力は考慮していないため物体力項は無視している。

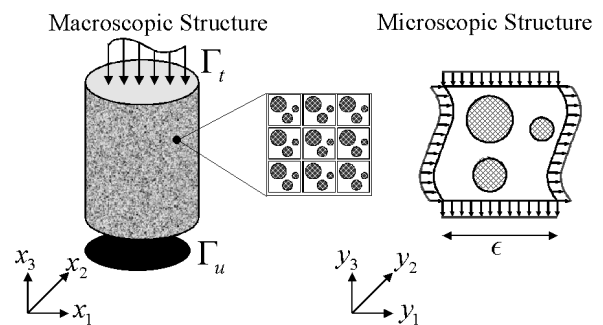


図-1 均質化法の概略図

(3) 均質化法の適用

内部微視的構造を考慮した解析を行うために、均質化法^{1) 5)}を導入する。図-1に均質化法の概略図を示す。ここで、巨視的構造の位置を表す全体座標系 $X(x_1, x_2, x_3)$ とは別に、周期的に配置されている微視的構造内部の位置を表す座標系 $Y(y_1, y_2, y_3)$ を導入する。双方の座標系は異なるスケールで定義されているため、式(7)に示す関係尺度 ϵ を用いている。

$$x_i = \epsilon y_i \quad (i = 1, 3) \quad (7)$$

それぞれの座標系の変位関数と関係尺度 ϵ を用いて以下の式(8)のように表すことができる。

$$\begin{aligned} u^\epsilon(x, y) &= u^0(x, y) + \epsilon u^1(x, y) \\ &\quad + \epsilon^2 u^2(x, y) + \cdots + \epsilon^n u^n(x, y) \\ u^0(x, y) &= u^0(x) \end{aligned} \quad (8)$$

ここで、添え字の ϵ は微視的構造への依存性を示す。以上の式を用いて、微視的構造、巨視的構造それぞれの支配方程式を求めると以下のように表せる。

微視的構造;

$$\int_Y D_{ijkl}^\epsilon (\delta_{km} \delta_{ln} - \frac{\partial \chi_k^{mn}}{\partial y_l}) \frac{\partial v_m^1}{\partial x_n} dY = 0 \quad (9)$$

ここで、 χ_k^{mn} は微視的構造内の乱れを表す特性関数である。

KeyWords: 均質化法, 道路舗装体, アスファルト混合物, 動的解析, 有限要素法

連絡先: 〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27 TEL 03-3817-1815 FAX 03-3817-1803

巨視的構造;

$$\int_{\Omega} \rho \frac{\partial^2 u_j}{\partial t^2} v_i^0 d\Omega + \int_{\Omega} D_{ijkl}^H \frac{\partial u_k^0}{\partial x_l} \frac{\partial v_i^0}{\partial y_j} d\Omega = \int_{\Gamma_t} t_i^0 v_i^0 d\Gamma_t \tag{10}$$

$$D_{ijkl}^H = \frac{1}{|Y|} \int_Y D_{ijkl}^e (\delta_{km} \delta_{ln} - \frac{\partial \chi_k^{mn}}{\partial y_l}) dY \tag{11}$$

ここで、 D_{ijkl}^H は均質化された巨視的構造の物性値である。また、式 (10) において左辺第 1 項は慣性力を表し、静的解析の場合は考慮しない。

(4) 時間方向の離散化

時間の離散化手法には、代表的なものとして Newmark の β 法⁶⁾ がある。Newmark の β 法は線形加速度法を拡張したものであり、公式内に含まれるパラメータ δ, β を変えることによって解の安定性や精度などを調節することが可能である。Newmark の β 法では、変位と速度を次のように仮定している。

$$\begin{cases} u^{n+1} = u^n + \Delta t \cdot \dot{u}^n + \frac{\Delta t^2}{2} \ddot{u}^n + \beta \cdot \Delta t^2 \{ \ddot{u}^{n+1} - \ddot{u}^n \} \\ \dot{u}^{n+1} = \dot{u}^n + \Delta t \cdot (1 - \delta) \ddot{u}^n + \Delta t \cdot \delta \ddot{u}^{n+1} \end{cases}$$

ここで、 n は時間ステップであり、パラメータは $\delta = \frac{1}{2}$ 、 $0 \leq \beta \leq \frac{1}{2}$ の値をとる。ただし、 $\delta = \frac{1}{2}$ 、 $\beta = \frac{1}{6}$ のとき線形加速度法と一致し、 $\beta = \frac{1}{4}$ では無条件安定となる。本解析においては $\delta = \frac{1}{2}$ 、 $\beta = \frac{1}{4}$ を用いた。

3. 数値解析例

動的解析における本手法の有効性を検討するために、本手法を FWD 試験数値シミュレーションの動的解析に適用し平板理論を用いた解析¹⁾ との比較を行った。解析モデルの概要を図-2-A に、荷重の時刻歴を図-2-B に示す。解析に用いた巨視的構造を図-3-A に、微視的構造を図-3-B に示す。微視的構造には、X 線 CT によって得られた実画像データをもとに作成した実画像モデル⁷⁾ を用いた。表-1 にその配合比率と解析に用いた材料定数を示す。解析における有限要素分割は、巨視的構造 (50 × 50 × 4)、微視的構造 (40 × 40 × 40) となっている。

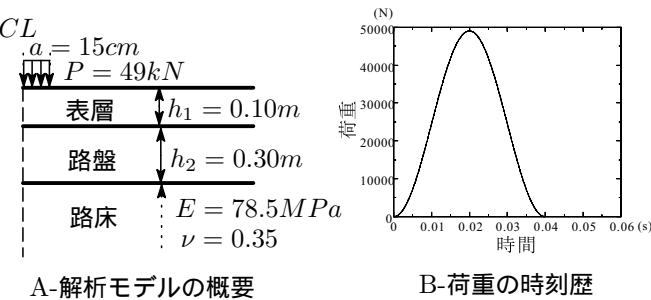


図-2 モデル概要

表-1 材料定数

材料 (表層, 路盤)	$E(GPa)$	ν
骨材 (51.5%)	60.0	0.21
アスファルトモルタル (48.5%)	10.0	0.30
材料 (路床)	$E(MPa)$	ν
関東ローム	78.5	0.35

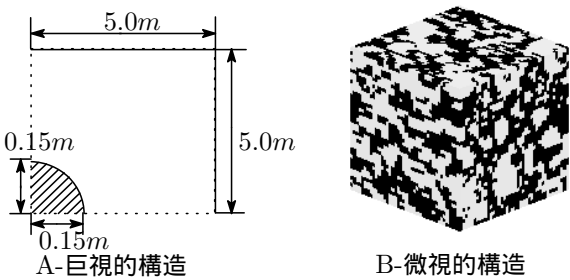


図-3 解析モデル

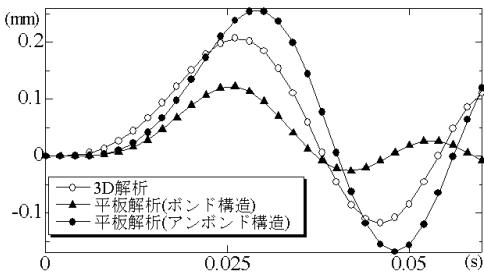


図-4 三次元解析と平板解析の比較

図-4 に 3 次元解析、平板解析¹⁾ のボンド、アンボンド構造それぞれの載荷点中心における面外変位の応答を示す。図より、多少の位相差はあるが平板解析のボンド、アンボンドが本手法の結果を挟み込む形となった。このことから、本手法は妥当な結果を与えることがわかる。

4. 結論

本研究では均質化法を適用した道路舗装体に対する動的な解析手法を構築した。数値解析例として道路舗装体モデルに対して動的な 3 次元解析を行い、以下の結論を得た。

本手法による結果は、平板解析におけるボンドおよびアンボンド状態を仮定した計算結果の間に入ることが分かった。このことから本手法の妥当性を伺うことができる。

今後の課題として、動的解析は時間ステップに伴い計算時間が膨大となるため、並列計算を導入してその計算コストの削減を図ることが挙げられる。

参考文献

- 伊田徹士、榎山和男、石川俊明、宇尾朋之：積層 Mindlin 板要素を用いた均質化法による道路舗装体の有限要素解析，応用力学論文集，Vol5，pp243-252，2002.8
- 西澤辰男，福手 勤，国分修一：弾性平板 FEM に基づくコンポジット系舗装の解析法に関する研究，土木学会論文集 No.613/V-42,pp237-247，1999.2
- 西澤辰男，松野三朗：コンクリート舗装の構造解析における有限要素法の適用性について，土木学会論文報告書，第 338 号，pp207-215，1983.10
- 渡辺規明，松井邦人，菊田征勇，西澤辰男：FEM 弾性多層解析における解析領域の検討，第 1 回舗装工学講演会講演論文集，pp1-6，1996.12
- 宇尾朋之，榎山和男；均質化法によるアスファルト混合物の粘弾性解析，計算工学講演会論文集 Vol.2，pp1111-1114，1997.5
- K.J.Bathe/E.L.Wilson，有限要素法の数値計算，科学技術出版社，1979.9.15
- 寛 貴明，榎山和男，宇尾朋之；実画像データを用いたアスファルト混合物の均質化粘弾性解析，第 50 回理論応用力学講演会講演論文集,pp259-260，2001