カルマンフィルタとメッシュレス構造解析法を用いた欠陥形状同定法の開発

電力中央研究所　正会員　○豊田幸宏　　日本大学　正会員　塩尻弘雄

1. はじめに

既設構造物の安全性や残存寿命の評価，さらには適切な補修を行う上で，構造物に存在する未知欠陥形状の情報を，対象を破壊せずに推定することは重要なことである．未知欠陥形状の情報を獲得する問題は，逆問題として扱うことができ，当該形状を表す未知パラメータを，境界要素法とフィルタ理論を組み合わせて同定する方法[1)]が代表的なものと思われる．一方，問題の次元に関わらずメッシュ分割不要なメッシュレス構造解析法は，近年種々の問題に適用されつつあり，欠陥形状同定問題にも有力な手段と成り得ることが期待できる．

本報では，静的な表面変位応答を付加情報とした表面ひび割れ形状の同定問題を対象に，まずは2次元弾性問題に限定して，カルマンフィルタとメッシュレス構造解析法を用いて解析し，その適用性を把握する．

2. 同定アルゴリズムの定式化

2.1　メッシュレス構造解析法の概要

本報では，メッシュレス法として移動最小二乗法(MLSM)をもとにした Belytschko ら[2)]のエレメント・フリー・ガラーキン法(EFGM)を用いた．EFGM では，積分領域内の評価点における形状関数を，評価点から定めた影響半径の領域内で分布する近傍の節点値から，MLSM を用いて局所的に作成する．EFGM は，その名の通りガラーキン法に基づき離散化する方法を用いており，解析やプログラミングの手順は通常の FEM とほぼ同様である．EFGM が FEM と異なる点は，変位場を表す近似関数の定義方法である．本報では，次式に示す線形基底 $\mathbf{p}(\mathbf{x})$ を用いて領域内の任意の評価点 (x, y) での関数 $\mathrm{u}^{\mathrm{h}}(\mathbf{x})$ を近似的に表した．

$$\mathbf{p}(\mathbf{x})^{\mathrm{T}} = [1, \mathrm{x}, \mathrm{y}] \quad (1)$$

$$\mathrm{u}^{\mathrm{h}}(\mathbf{x}) = \sum_{\mathrm{j}}^{\mathrm{m}} \mathrm{p}_{\mathrm{j}}(\mathbf{x})\, \mathrm{a}_{\mathrm{j}}(\mathbf{x}) = \mathbf{p}(\mathbf{x})^{\mathrm{T}} \mathbf{a}(\mathbf{x}) \quad (2)$$

但し，m は，基底の項数であり，ここでは m=3 となる．未定係数については，次式で定義される評価関数 R を最小化することにより決定する．

$$\mathrm{R} = \sum_{\mathrm{I}}^{\mathrm{n}} \mathrm{w}_{\mathrm{I}}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\mathrm{I}})[\mathbf{p}(\mathbf{x})^{\mathrm{T}} \mathbf{a}(\mathbf{x}) - \mathrm{u}_{\mathrm{I}}]^2 \quad (3)$$

ここで，n は評価点 $\mathbf{x}$ の近傍に位置する節点数を表し，w は重み関数である．本法では重み関数として 4 次のスプライン関数を用いた．以上の手順によって評価された変位場の近似関数を用いて，2 次元弾性場の支配方程式を離散化することにより，通常の剛性方程式が得られることとなる．

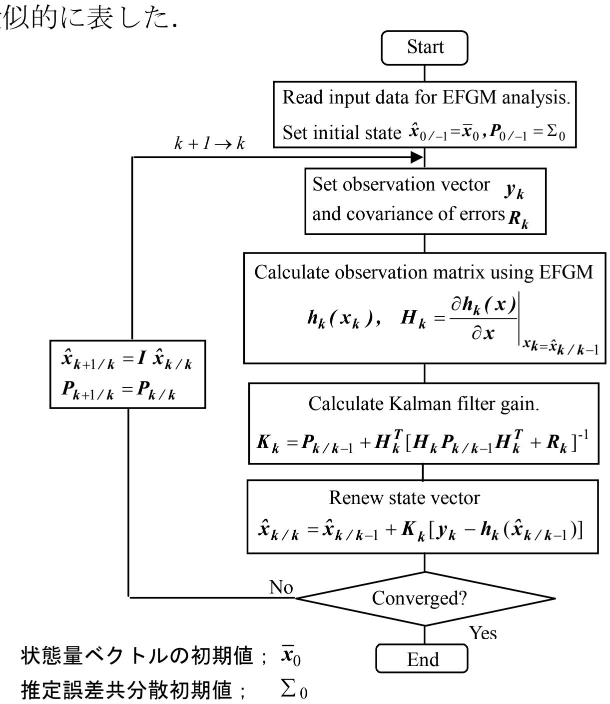


図-1　　同定アルゴリズムフロー図

2.2　同定アルゴリズムの概要

本報では，部材に発生した表面ひび割れの形状同定問題を 2 次元弾性場の問題に限定して考える．ここでは，同定すべき未知パラメータ，即ち状態量 $\mathbf{x}$ を，ひび割れ長さ ℓ と，部材表面から測ったひび割れ発生角度 α とし，部材表面上 Γ におけるいくつかの点にて観測された変位量のみを付加情報として用いる．本問題では，系の剛性方程式における全体剛性行列 $\mathbf{K}$ が，未知の状態量 $\mathbf{x}$ に依存したものとなることから，その未知パラメー

キーワード　カルマンフィルタ，メッシュレス法，欠陥形状同定，逆問題
連絡先　　〒270-1194　千葉県我孫子市我孫子 1646　（財）電力中央研究所　ＴＥＬ04-7182-1181

タを変位観測値に基づき求めるためには，次式を観測方程式と考えればよい．

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{h}(\mathbf{x}_k) + \mathbf{v}_k \quad \text{（添字 k は繰り返しステップ数）} \tag{4}$$

即ち，上式の左辺 $\mathbf{y}_k$ は，観測された表面変位（剛性方程式に現れる変位 $\mathbf{U}$ の一部あるいは全て）であり，右辺は，EFGM によって計算された変位推定値 $\mathbf{h}(\mathbf{x}_k)$ と，予め設定された観測誤差ベクトル $\mathbf{v}_k$ 両者を加えたものとなる．一方，状態方程式については，求める未知パラメータが定数であるため，次式のごとく書ける．

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{I} \cdot \mathbf{x}_k \tag{5}$$

つまり，この場合，状態遷移行列は単位行列となる．なお，本問題では，システム雑音については考慮しない．こうして与えられた式(4)と式(5)にカルマンフィルタのアルゴリズムをあてはめ，カルマンフィルタについて適切な初期条件を，EFGM について既知の変位境界条件の下で変位観測値を入力すると，状態量が同定される．ここでは，カルマンフィルタの時間ステップ毎に同じ変位応答値を観測するものとし，同定値が収束するまで繰り返す．以上の解析アルゴリズムに関わるフローチャートを図-1 に示す．

3. 数値解析例

対象とするメッシュレス解析モデルを図-2 に示す．同図に示すごとく，右端に一様な強制変位 δ=1.0 が与えられる 2 次元弾性問題を考える．材料特性として，平面ひずみ状態を仮定し，ヤング率 E=2.1x10^5，ポアソン比 0.15 を与える．実際の数値計算では，上記の材料特性と形状寸法の下で，EFGM による順解析から求められる計算値を観測データとして全てあるいはいくつかの節点に与える．本問題では，ひび割れ長さ 20.0，発生角度 90.0° を目標値とした．観測に伴う雑音の混入を考慮するために，観測値の誤差共分散は，観測値における最大変位の絶対値の 10%を標準偏差とする分布を与えた．また，推定誤差共分散行列の初期値の対角成分には，ひび割れ長さ，角度それぞれに対して，40.0，1.5° を与えた．表-1 に，解析ケースを示す．図-3 に，数値解析結果の一例として，状態量の収束過程を示す．同図(a)によれば，初期イタレーションにおける収束状況に違いは見られるものの，いずれのケースも目標値に数回程度の繰り返しで到達しており，ひび割れ発生角度に関して，観測点配置の違いによる影響は見られない．一方，同図(b)によれば，ひび割れ開口変位を観測データとして与えた場合(ケース 2, 4)とそうでない場合(ケース 1, 3)で収束状況に差異が認められ，前者に比べて後者の収束状況は悪い．以上より，ケース 2 とケース 4 が，良好な結果を得たと言えるが，特にケース 4 の結果に対して，ひび割れ発生面上の，ひび割れ開口変位を含む変位応答値が観測できさえすれば，未知パラメータを精度よく同定できる可能性のあることが指摘できる．

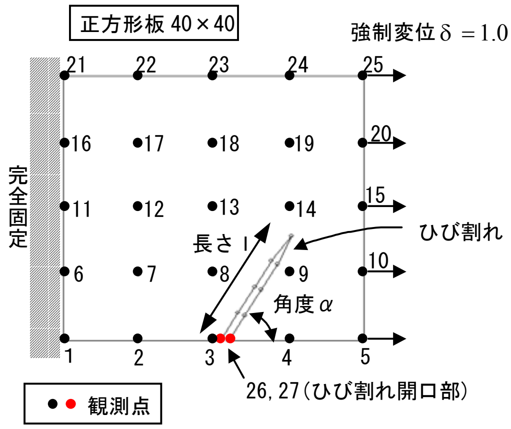
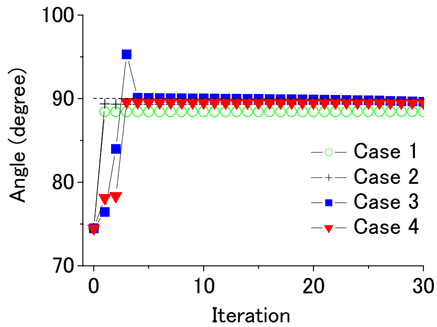


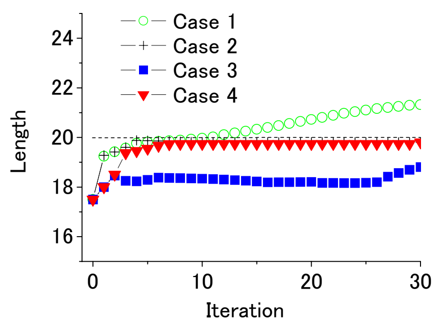
図-2　メッシュレス解析モデルと観測点

表-1　数値解析ケース

ケース名	観測点（備考）
Case 1	node #1 － #25(開口変位値なし)
Case 2	node #1 － #27(含む開口変位値)
Case 3	node #1 － #5(開口変位値なし)
Case 4	node #1 － #5, #26, #27(含む開口変位値)



(a)　ひび割れ発生角度



(b)　ひび割れ長さ

図-3　状態量の収束状況

4. まとめ

本報では，表面ひび割れの形状同定問題を対象に，メッシュレス構造解析法とカルマンフィルタ理論を組み合わせた方法を用いて，2 次元弾性問題に限定した数値解析例により，その適用性を把握した．

参考文献 1) 例えば登坂ら, 日本建築学会構造系論文集, 459 号, 73-82, 2001.　2) Belytschko et al., Int. J. Numer. Methods Eng., 37, 229-256, 1994.