

後方散乱波形を利用した介在物の界面物性の一推定法

東北大学大学院 学生員 脇坂洋平 正員 山田真幸
東北大学大学院 正員 北原道弘 正員 寺田賢二郎

1. はじめに

構造物中に存在する介在物の界面物性を超音波を利用して推定するための一手法について考える。ここでは、母材と介在物の界面をバネモデルにより近似的に表現し、界面物性の変化が後方散乱振幅に及ぼす影響について数値解析的に検討した後、逆に後方散乱振幅から界面物性の推定を試みる。界面物性の推定法として、界面における超音波の反射特性を考慮できる逆散乱解析¹⁾を採用する。

2. 近似界面モデル

界面物性の変化が遠方散乱波形に与える影響について検討するために、界面層が薄いと仮定した近似界面モデルを数値解析において使用する。このモデルについて要約する。

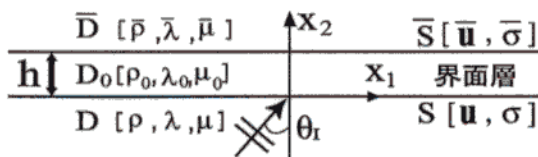


図-1 界面層 D_0

図-1に示すように、無限弾性体 D と $\bar{D}$ の間に存在する厚さ h の界面層 D_0 を考える。この界面層も弾性的性質を有するものとし、界面層の密度とラメ定数を ρ_0, λ_0, μ_0 とする。入射角 θ_I で領域 D 内を伝播する平面波が界面層に入射するとき、図-1に示す境界 S と $\bar{S}$ 上の変位と応力の連続条件を用いると、 S 上の変位 u と応力 σ 、および $\bar{S}$ 上の変位 $\bar{u}$ と応力 $\bar{\sigma}$ の関係は次のように書ける。

$$[u_1, u_2, \sigma_{21}, \sigma_{22}]^T = B[\bar{u}_1, \bar{u}_2, \bar{\sigma}_{21}, \bar{\sigma}_{22}]^T \quad (1)$$

ここで、 B は入射角 θ_I 、界面層の厚さ h 、弾性定数等に関係したマトリックスである。

いま、界面層の厚さ h が波長に比べて十分小さい場合 ($k_T^0 h \ll 1$) を考える。このとき B は次のように書ける。

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1/K_t & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1/K_n \\ \omega^2 m_p & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \omega^2 m_n & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2)$$

ここで、

$$K_n = \frac{\lambda_0 + 2\mu_0}{h}, \quad K_t = \frac{\mu_0}{h} \quad (3)$$

$$m_n = \rho_0 h, \quad m_p = \left[1 - 4 \frac{\lambda_0 + \mu_0}{\lambda_0 + 2\mu_0} \left(\frac{k_I}{k_T^0} \sin \theta_I \right)^2 \right] \rho_0 h \quad (4)$$

であり、 K_n と K_t は界面バネ、 m_n と m_p は界面マスの影響を表す。また、 k_I は領域 D を伝播する入射波の波数、 k_T^0 は界面層内の横波の波数である。

さらに界面層内の厚さ h が小さいとして界面マスの影響を無視すると、式 (1) と (2) より界面上の変位と応力の関係は次のようになる。

$$\bar{\sigma}_{21} = K_t(\bar{u}_1 - u_1), \quad \bar{\sigma}_{22} = K_n(\bar{u}_2 - u_2) \quad (5)$$

$$\bar{\sigma}_{21} = \sigma_{21}, \quad \bar{\sigma}_{22} = \sigma_{22} \quad (6)$$

また式 (3) より、界面層 D_0 のヤング率 E_0 はバネ定数 K_n, K_t により次のように表される。

$$E_0 = \frac{K_t(3K_n - 4K_t)}{K_n - K_t} h \quad (7)$$

3. 遠方場の解析

図-2に示すように母材中に存在する円形介在物を考え、介在物の界面を式 (3) に示したバネモデルにより近似する。入射波は x_2 軸方向に伝播する平面縦波であるとする。この場合、母材側と介在物側の表面上で成立する境界積分方程式に界面バネとの連続条件を考慮することにより、母材-界面-介在物に対する境界積分方程式系を定式化することができる。これを、境界要素法を用いて数値解析することにより、界面の剛性の変化が遠方散乱場に与える影響について検討する。

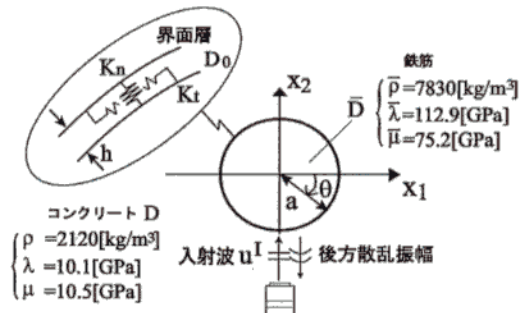


図-2 円形介在物と分布バネにより表現された界面

図-3は境界要素解析により得た介在物境界上の変位 u の法線成分 u_r の実部を示したものである。また、図-4は表面力 t の法線成分 t_r の実部を示している。これらの図において、横軸は x_1 軸から時計回りに計った境界上の位置を

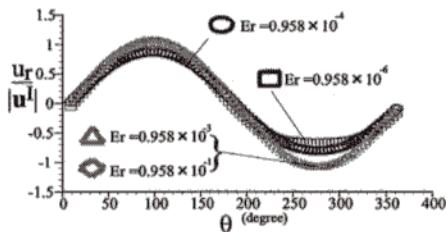


図-3 境界上の変位の法線成分 u_r (実部, $ak_L = 0.2$)

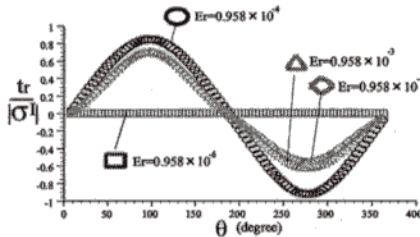


図-4 境界上の表面力の法線成分 t_r (実部, $ak_L = 0.2$)

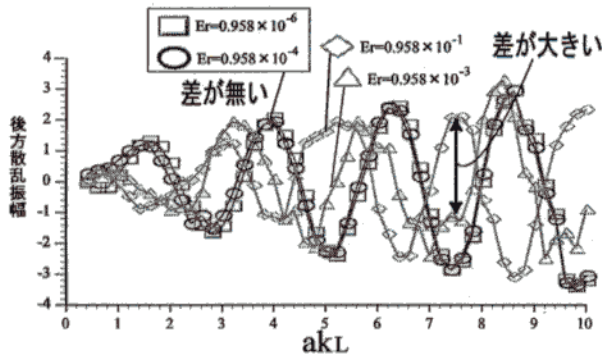


図-5 後方散乱振幅 (実部)

示す角度 θ (図-2 参照) である。パラメータは母材 D のヤング率 E に対する界面層 D_0 のヤング率 E_0 の比 $E_r = E_0/E$ であり, $E_r = 0.958 \times 10^{-1}$, 0.958×10^{-3} , 0.958×10^{-4} , 0.958×10^{-6} の計 4 種類のヤング率比に対する結果を示している。

図-5 は遠方散乱波の積分表現を利用して, 後方散乱振幅の縦波成分を計算した結果を図示したものである。図の横軸は円形介在物の半径 a で無次元化した母材の縦波波数 ak_L である。

以上の結果に見られるように, $E_r \leq 0.958 \times 10^{-4}$ の場合, E_r の変化に対する境界上の物理量 u と t の変化が大きいにもかかわらず, 遠方場にはさほど影響を及ぼしていない。逆に $E_r \geq 0.958 \times 10^{-3}$ の場合, E_r の変化に対して境界上の u , t の変化が微小であっても, 遠方場に大きく影響を及ぼしていることがわかる。

4. 界面物性の推定

図-5 に示した遠方の後方縦波散乱振幅から, 介在物界面の物性に関する情報を得ることを考える。超音波の反射率は伝播母材と反射を生じる相手側異種材の音響インピーダンスの比に関係していることから, 散乱体表面における反射率を反映し得るキルヒホフ逆散乱解析をここでは界面物性の推定手段として用いる。図-6 はキルヒホフ逆散乱解析を行って得た界面上の特異関数 $\gamma(x)$ の分布を示して

いる。各図中央の円形の黒と白の部分が界面の位置を, 黒(負)と白(正)の濃淡が界面の物性情報(音響インピーダンス)を反映していると考えられる。図-7 は図-6 に示した界面上の特異関数の値の変化をみるために, 横軸をヤング率比 $E_r = E_0/E$ の常用対数として図示したものである。この図には, 比較上の参考として, 内部が空洞の場合と界面が完全結合(変位と応力が界面上で連続)の場合に対する結果も示している。界面上の換算ヤング率比 $E_r = E_0/E$ が 10^{-4} と 10^{-3} の間で特異関数の値の正負が反転し急激に変化していることがわかる。

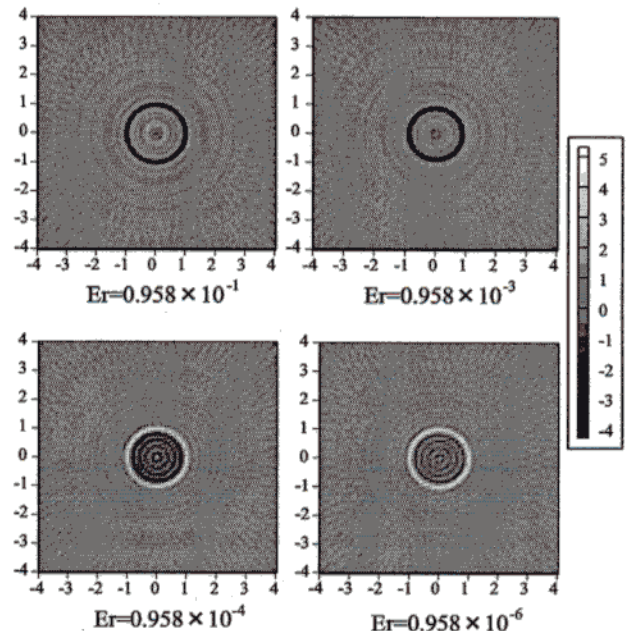


図-6 界面性状を表す特異関数 $\gamma(x)$ の分布

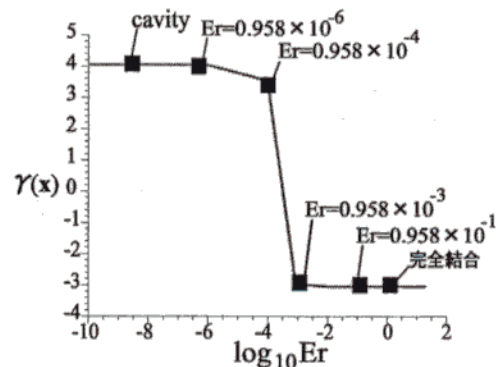


図-7 母材と界面のヤング率比 E_r と特異関数 γ の関係

5. 結論

順解析により, 介在物と母材間の界面物性の変化に伴う後方散乱振幅の変化の様子を明らかにした。逆に, 散乱振幅を利用して逆散乱解析を行った結果, 逆散乱解析によって得られた界面性状を表す特異関数は界面物性の変化を反映していることがわかった。界面物性値と特異関数の関係をより定量化することが今後の課題として残っている。

参考文献

- 1) Nakahata, K.: Applications of Inverse Scattering Methods to Flaw Reconstruction in Elastic Material, Dissertation, Tohoku University, 2003.