

三次元メッシュ生成の問題解決とメッシュフリー法の応用

清水建設技術研究所 正会員 ○櫻井 英行

中央大学理工学部 正会員 川原 睦人

1. はじめに

FEM における自動メッシュ生成は、近年、目覚ましい発展を遂げ、もはや、二次元解析では、特殊な場合を除いて、メッシュ作成で困ることは極めて希である。ところが、三次元解析となると、自動メッシュ生成ソフトがなければ、不可能であると同時に、未だに複雑形状では、自動メッシュソフトを駆使しても、メッシュ作成に数週間、あるいは、数ヶ月を要する場合も珍しくない。これに対し、メッシュフリー法は、当初、メッシュ生成の問題を根本的に解消する最も有力な手法として注目され、急速に研究開発の動きが広まった。しかし、ここ数年のメッシュフリー法に関する研究報告を見ると、メッシュフリー法の最大の特徴であるはずの「メッシュ生成が不要」という利点を前面に出した論文は希有であり、不連続性の扱いが容易などの他の利点に着目した報告がほとんどである。実際、三次元任意複雑形状を扱える実用的な解析システムは、未だに開発されていない。すなわち、三次元メッシュの自動生成にも、メッシュフリー法による汎用解析システムの実現にも、それぞれ大きな課題があるというのが実状である。

本稿では、三次元メッシュの問題を解決するための応用例として、メッシュフリー法の代表格である Element-Free Galerkin Method (EFGM)¹⁾による地下水浸透流解析システムを紹介する。メッシュフリー法の採用が、解析対象をメッシュの任意集合体としてモデル化することを可能にし、メッシュ生成を困難にしていた本質的な制約を緩和することを具体的な計算例により明示する。

2. Element-Free Galerkin Method

EFGM では関数近似に移動最小自乗法(MLSM)を用い、次の評価関数の最小条件から形状関数を構築する。

$$J = \sum_i^N w(\bar{r}_i) [\{P(\mathbf{x}_i)\}^T \{a(\bar{\mathbf{x}})\} - \phi_i]^2 \quad (1)$$

$\{P(\mathbf{x})\}$ が基底(ここでは、三次元一次基底)、 $\{a(\bar{\mathbf{x}})\}$ が未定定数である。 $\mathbf{x}_i$ は、 i 番目の節点の空間座標値、 ϕ_i は $\mathbf{x} = \mathbf{x}_i$ における ϕ の節点値、 $\bar{r}_i$ は評価点 $\bar{\mathbf{x}}$ と節点 i との距離である。 N は評価点周りに設定した影響領域内の節点数である。重み関数 $w(\bar{r}_i)$ としては、4 次スプラインを採用した。

地下水流動をダルシー則に従う浸透流で仮定する。基本境界条件をペナルティ法により導入すると、支配方程式と境界条件に等価な汎関数は、次式で与えられる。

$$\Pi(\phi) = \int_V \frac{1}{2} k (\nabla \phi)^2 dV - \int_{S_p} \phi \hat{q} dS + \int_{S_p} \frac{\alpha}{2} (\phi - \hat{\phi})^2 dS \quad (2)$$

ここで、 k は透水係数、 ϕ は全水頭(速度ポテンシャル)、 ∇ は線形の微分演算子、 α はペナルティ数である。EFGM の定式化と数値インプリメントに関する詳細は文献 1), 2) を参照されたい。

3. 不整合メッシュ集合体 (CMA)

複雑な三次元形状に対するメッシュ生成、並びに、EFGM による汎用システムの実現に、共通かつ最も大きな問題として、解析対象の幾何形状定義を挙げることができる。これを解決する一手法として、著者らは、CMA (Consistency-free mesh assembly) と呼ぶメッシュの任意集合体を EFGM の入力データとすることを提案した²⁾。CMA は、単なるメッシュの集まりであり、メッシュ間での非適合だけでなく、メッシュ同士の重複を許すため、地質構造のような複雑形状の複合領域であっても、メッシュ作成が格段に容易になる。また、EFGM サイドからみても、CMA は、幾何形状定義、MLSM の節点収集、領域積分のセル(次の計算例では、節点とは独立の構造格子により積分)、解析結果の図化などに広く利用できるため、非常に都合がよい。

4. 数値解析例

Fig.1 は、架空の地質構造の CMA である。各メッシュは、独立に生成されており地層境界面で適合していない。CMA は、メッシュの重複も許すため、Fig.1 のように、新たに薄い地層を考慮する場合、別途その地層のみのメッシュを作成し、所定の位置に配置するだけで済む。元のメッシュに一切変更は必要ない。また、Fig.1 にあるように、元のメッシュを変更することなしに、地下施設とその周辺のメッシュを作成し、追加することも可能である。この場合、施設周辺のメッシュは、メッシュサイズを滑らかに変遷させるためのものであり、物性値を持たない。解析においては、節点のみを提供し、要素は図化处理のみに用いられる。Fig.2~3 は解析結果である。Fig.2 において、細線は、EFGM の結果、淡い太線は、別途用意した不整合のないメッシュによる二次 FEM の結果である。両者は良好な一致を示していることが確認できる。Fig.3 は、地下施設を薄い地層の下に配置した場合の結果である。図のように、モデル全体で表示するだけでなく、地下施設とその周辺のメッシュだけで図化することにより、局所的な流動場を検討することが可能になる。

5. おわりに

三次元メッシュ生成の問題を解決するための一手法として、EFGM に不整合なメッシュを導入することの有効性を示した。メッシュフリー法により、完全なメッシュレス・システムを実現せずとも、メッシュ生成の本質的な問題を緩和することができる。逆にメッシュの存在はメッシュフリー解析にとっても非常に有利になるので、容易に生成できるのであれば、積極的に利用すべきである。今後は、要素を積分セルにすることによる計算効率/精度の向上など、システムの完成度を高めていく予定である。

引用文献

1) Belytschko, T., Lu, Y.Y. and Gu, L.: Element-free Galerkin methods, *Int. J. Numer. Meth. Engrg.*, 37, 229-256, 1994.

2) 櫻井英行, Element-free Galerkin 法を応用した新しい三次元地下水浸透流解析システム, 土木学会論文集, 720/VII -25, 63-75, 2002.

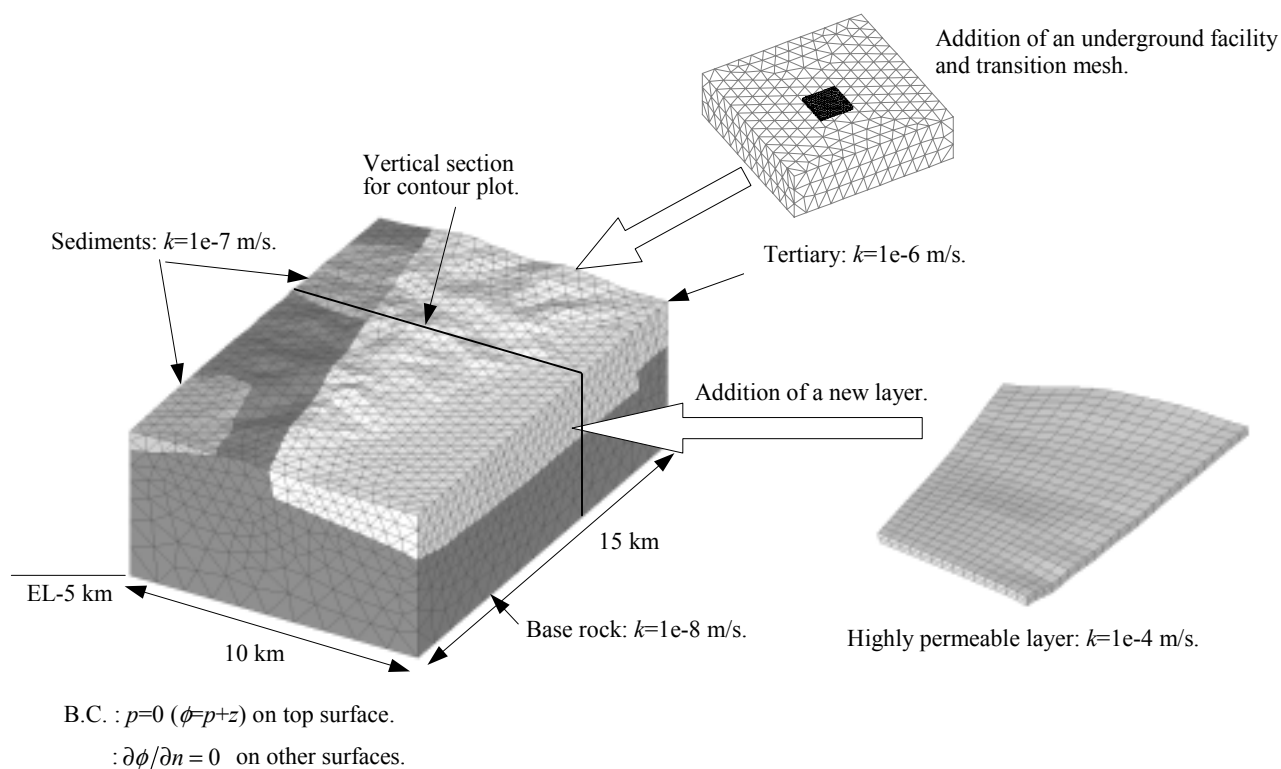


Fig.1: CMA for an imaginary geological structure and addition of meshes.

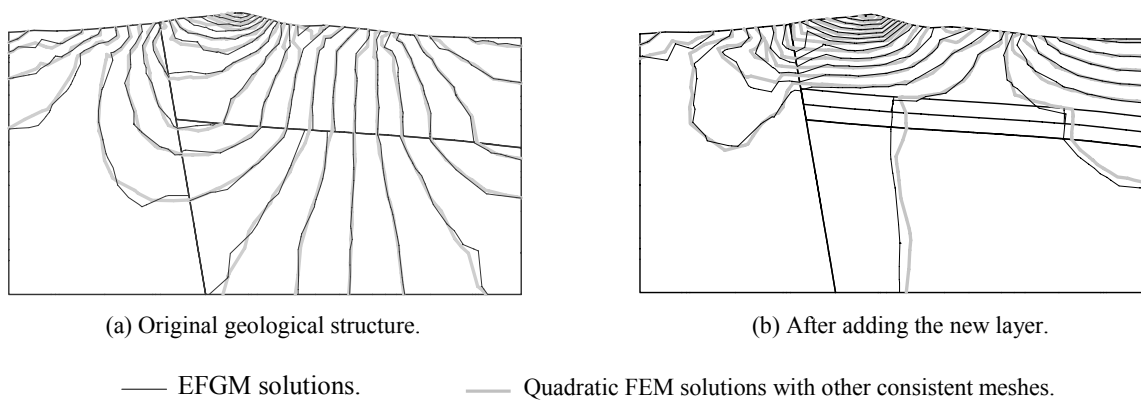


Fig.2: Comparison of velocity potential distribution by EFGM and FEM.



Fig.3: EFGM solution around the underground facility.