シングルトン型ファジィ推論による有限要素自動メッシュ生成法

八戸工業高等専門学校　建設環境工学科　　正会員　○杉田　尚男
長岡技術科学大学　環境・建設系　　正会員　　鳥居　邦夫

１．はじめに

近年のコンピュータの飛躍的な性能の向上によって，有限要素法における解析モデルは大型化・複雑化してきている．そのため，解析のポストプロセッサ部による計算時間よりも，解析の入力データの準備に多大な時間を費やすことになる．それらに対処するために様々な自動メッシュ分割法が提案されているが，要素数，要素形状，連続的な要素配置などにおいて，必ずしも最適化されたとは言い難い．特に応力集中部に関する要素分割においては，未だ解析者の判断にゆだねる部分が多く，信頼性の低下を引き起こすことがある．

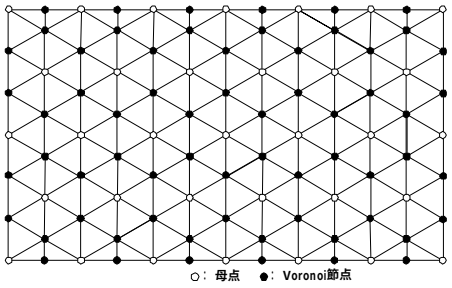
本研究は，従来の応力集中部への要素分割に解析者の経験的な判断によって信頼性の優劣が生じることに着目し，その判断のプロセスをファジィ理論を用いて論理的に表現した．ファジィ推論は有限要素配置を施す際の要因として重要な意味を持ち，推論部分における簡略化・効率化は後の要素生成に大きな影響を及ぼすと考えられる．そこで，MAX－MIN 合成重心法とシングルトン型の簡略化推論法を比較検証した．

２．Voronoi 理論

N次元Euclid空間において，n個の点$P_1(x_1),P_2(x_2),\cdots\cdots P_n(x_n)$が存在するとき，点$P_i(x_i)$に対して最も近い集合Viは式(1)で与えることができる．

$$Vi = \bigcap_{j:j\neq i}\left\{x \in R^N \middle| \|x - x_i\| < \|x - x_j\|\right\}$$
$$(i = 0,\cdots\cdots,n,\ j = 1,.....,\ i-1, i+1,...,\ n) \qquad \cdots\cdots\cdots (1)$$

x：ある位置ベクトル
x_i：母点iの位置ベクトル
‖ ‖: Euclid 距離



図－1 Voronoi図

Viは点$P_i(x_i)$のVoronoi領域（Voronoi多角形）と呼ばれ，連続的に点の数だけ領域を確保する．一領域を分割した図をVoronoiと呼ばれ，Voronoi領域を生成している点を母点，その領域多角形の各頂点をVoronoi節点と呼ぶ．

Voronoi 領域は母点間で等領域分割されるので凸多角形となり，節点は，その周りの 3 個の母点を頂点とする三角形の外心となる．応力解析には，母点とそれにより生成された Voronoi 節点を結ぶことで三角形要素を形成し，それを初期要素として用いる（図－1 参照）．

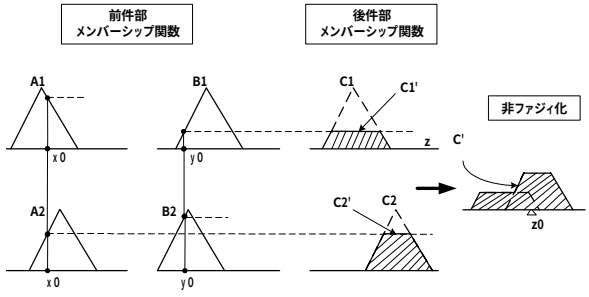
３．ファジィ推論による応力集中部の特定

(1) 応力勾配

Voronoi 理論の応用として，まず Voronoi 領域間の２つの応力勾配の算出を行った．Voronoi 領域の応力は Voronoi 領域を構成している要素の平均値とし，領域間の応力勾配は，隣接している Voronoi 領域間について算出する．この平均値を応力勾配の代表値とし，以降この代表値を領域間応力勾配とする．領域間応力勾配だけでは，平均値を代表値としているために，Voronoi 領域内の局所的な応力の変化が評価できず，過小に評価される場合がある．そこで，Voronoi 領域内における応力の不連続量を表わすために，領域内で最大応力をとる要素と最小応力をとる要素間で応力勾配を求めた．以後，この応力勾配を領域内応力勾配とする．

(2) ファジィ推論

応力勾配を用いてファジィ推論を行い，応力集中部を特定する．推論方法として，MAX－MIN 合成重心法と簡略化推論法を用いた．前件部メンバーシップ関数として，領域間・領域内応力勾配の 2 つを定義する．推論結果は区間 0～100 で定義し，それを応力密度の度合いとする．推論結果の最大値が応力集中部と特定される．



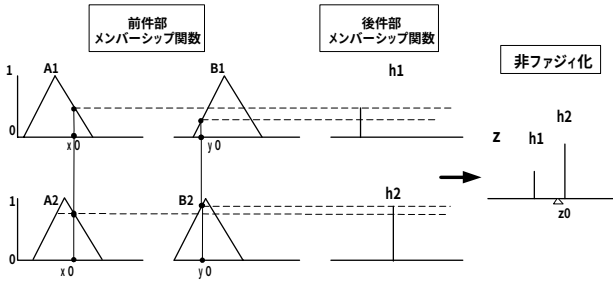
図－2　ＭＡＸ－ＭＩＮ合成重心法

キーワード　ファジィ推論　シングルトン型　有限要素法
連絡先　　〒039-1164　青森県八戸市田面木字上野平　ＴＥＬ 0178-27-7313

(a) MAX－MIN 合成重心法

例として x，y を入力値とし，推論結果を z で返す

IF x is A_i and y is B_i THEN z is C_i という IF－THEN 形式のファジィルールを用いたアルゴリズムを挙げる．このファジィルールの値の合計から重心を算出し，推論結果 z 0 とする（図－2 参照）．



図－3　簡略化推論法

(b) シングルトン型簡略化推論法

非ファジィ化までのプロセスは MAX－MIN 合成重心法と同じだが，簡略化推論法の方が計算効率が良いという利点がある．後件部メンバーシップ関数が厚みを持たない高さの概念のみのファジィ集合（シングルトン）を用いたもので，特にファジィ制御の分野において，解析や処理速度の観点からよく用いられているものである．式(2)で表される（図－3 参照）．

4．要素再分割

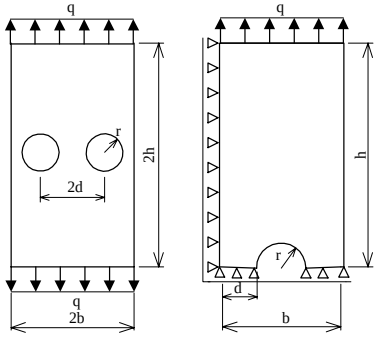
応力集中部として特定された点を中心に要素を細分化することで，解析を行う際の離散化の誤差を少なくする．上記のファジィ推論によって導き出された推論結果を元に，データベース化されたメンバーシップ関数を応力集中影響内の要素配置に反映させる．

$$h_i = \mu_{Ai}(x_O)\cdot\mu_{Bi}(y_O) \quad (i=1,\cdots,n)$$

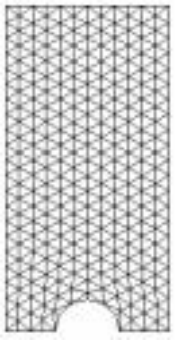
$$z_O = \frac{h_1 z_1 + h_2 z_2 + \cdots + h_n z_n}{h_1 + h_2 + \cdots + h_n} \qquad \cdots\cdots(2)$$

5．適用例

有限要素自動メッシュ生成により分割された有効平板モデルを解析対象とし，推論結果の変化を検討する．高さ h＝1000mm，幅 b＝ 500mm，引張力 q＝ 420N/mm²，板厚 t＝ 10mm，ヤング係数 E＝ 210000MPa，ポアソン比 ν＝0.3, 半径 r＝ 100mm, 全体解析モデルと 1/4 解析モデルを(図－4)に, 初期配置による要素配置図を(図－5)に示す. (図－6), (図－7)は各々重心法による推論結果, 簡略化推論法による推論結果から得られた再分割後の要素配置である. 応力集中率の理論値との比較を(図－8), 要素再配置後の三角形角度を(図－9), ファジィ推論値を(図－10)に示す.



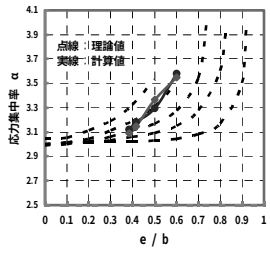
図－4　解析モデル



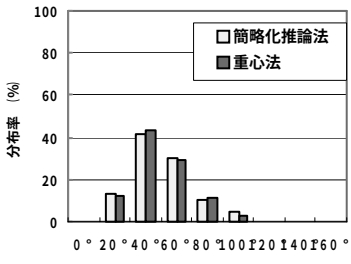
図－5 初期要素生成
(節点数 289 要素数 508)

図－6 再配置図①
(節点数 316 要素数 558)

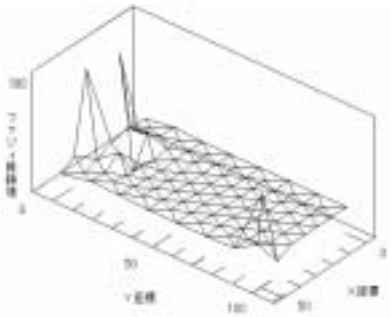
図－7 再配置図②
(節点数 352 要素数 612)



図－8 応力集中率



図－9 要素再配置後の三角形角度分布



図－10 ファジィ推論値

6．結言

同一対象に対して推論部だけをMAX－MIN合成重心法から簡略化推論法に変えた場合，簡略化推論法のほうが応力集中をより顕著にとらえる結果となった．また，推論のメインとなる計算部分のプロセスの簡略化がなされた．

7．参考文献

1)　杉田尚男,鳥居邦夫. 応力勾配を用いたファジィ推論による自動メッシュ生成法. 日本計算工学会論文集, Vol.1,5, 1999, pp.119