

混合有限要素法を用いた塩水密度流解析コードの開発

大成建設（株） 正会員 ○井尻裕二，小野 誠
 オハイオ州立大学 非会員 茨木 希
 （株）テクノアルファ 非会員 久保 紳

1. はじめに

沿岸地域を対象とした高レベル放射性廃棄物地層処分においては，淡水環境下と塩水環境下では処分場から生物圏に至る移行経路だけでなく核種の溶解度や岩盤への分配係数などの核種遅延性能も異なるため，淡塩水環境が安全評価に及ぼす影響が非常に大きいことが知られており，淡塩水環境下における地下水流動を把握することは非常に重要な課題となっている。しかし，複雑な水理地質構造中の淡水と塩水の密度差に起因した地下水の挙動を解析するには，地下水流動と移流分散による物質移行を連成するため数値誤差が大きくなりやすく，計算精度が低くなるとともに収束に多大な計算時間を要することが多い。そこで，本研究では，密度流解析における計算精度を高めるために，地下水流動に混合有限要素法を，塩水の移流分散による物質移行に特性曲線ガラーキン有限要素法を用いた密度流解析コードを開発したので報告する。

2. 解析手法

圧力差に起因した地下水流動の支配方程式は，次式のように表される。

$$\rho S_s \frac{\partial p}{\partial t} + \theta \frac{\partial \rho}{\partial c} \frac{\partial c}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{q}) = \rho Q \quad (1)$$

ここに， ρ は流体密度[kg/m³]， S_s は比貯留係数[m²/kg]， θ は間隙率[-]， p は圧力[kg/m/s²]， c は塩分濃度[kg/m³]， $\mathbf{q}$ はDarcy流速[m/s]， Q は流量[s]を表す。Darcy則は，以下のように表される。

$$\mathbf{q} = -\frac{1}{\mu} \mathbf{k} \cdot (\nabla p + \rho g \nabla z) \quad (2)$$

ここに， μ は動粘性係数[Pa・s]， $\mathbf{k}$ は固有透過係数[m²]， g は重力加速度[m/s²]， z は位置水頭[m]を表す。混合法による離散化を行い，領域 Ω における式(2)の重み付き残差形式は次式のように表される。

$$\int_{\Omega} \mathbf{w}_q^T (\mu \mathbf{k}^{-1} \hat{\mathbf{q}} + \nabla \hat{p} + \rho g \nabla z) d\Omega = 0 \quad (3)$$

ここに， $\hat{\mathbf{q}}$ および $\hat{p}$ はそれぞれDarcy流速および圧力の近似解を表す。また，式(1)は次式のように表される。

$$\int_{\Omega} w \left(\rho S_s \frac{\partial \hat{p}}{\partial t} + \theta \frac{\partial \rho}{\partial c} \frac{\partial c}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \hat{\mathbf{q}}) - \rho Q \right) d\Omega = 0 \quad (4)$$

式(3)および(4)にガラーキン法を用いて，圧力と流速に関する連立方程式を得る。混合法により圧力と流速を同時に解くことで圧力のみを解く場合よりも高い精度で解を求めることができる。

一方，塩水の移流分散の支配方程式は，次式のように表される。

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla c - \nabla \cdot (\mathbf{D} \nabla c) = 0 \quad (5)$$

ここに， $\mathbf{v} (= \mathbf{q}/\theta)$ は実流速[m/s]， $\mathbf{D}$ は拡散係数[m²/s]で次式により表される。

$$\mathbf{D} = D_m \mathbf{I} + (\alpha_L - \alpha_T) \frac{\mathbf{v} \mathbf{v}}{|\mathbf{v}|} + \alpha_T |\mathbf{v}| \mathbf{I} \quad (6)$$

ここに， D_m は分子拡散係数[m²/s]， α_L ， α_T はそれぞれ縦方向および横方向分散長[m]， $||$ は絶対値， $\mathbf{I}$ は単位行列を表す。

キーワード 沿岸地域，淡塩水環境，密度流，混合有限要素法，特性曲線ガラーキン有限要素法

連絡先 〒163-0606 東京都新宿区西新宿 1-25-1 大成建設（株）エンジニアリング本部 TEL 03-5381-5187

式(5)を特性曲線ガラキン有限要素法によって離散化することによってペクレ数にかかわらず精度の高い解を得ることができる。

3. 検証解析例

開発したコードの計算精度を検証するために Henry 問題と Elder 問題について計算を実施した。

Henry 問題は、初期が淡水状態の被圧帯水層中への低密度差 2.5% の塩水浸入問題であり、解析に用いたパラメータ値の一覧を表-1 に示す。解析領域は、水平方向 2m、鉛直方向 1m の矩形領域で、 20×10 の 200 要素に離散化した。境界条件は、右方境界は塩水境界で塩水密度 $1,025 \text{ kg/m}^3$ の静水圧境界とし、左方境界は淡水境界（密度 $1,000 \text{ kg/m}^3$ ）で流量 $6.6 \times 10^{-5} \text{ kg/m}^3$ の流量固定境界とし、上下境界は不透水境界とする。図-1 に示すように、解析結果は Segol (1994) の解析解と非常によく一致しており、開発したコードが高い計算精度を有していることが確認できた。

Elder 問題は、地下水流動がない密度差 20% だけに起因した密度流問題である。解析に用いたパラメータ値の一覧を表-2 に示す。解析領域は、水平方向 600m、鉛直方向 150m の矩形領域で、 32×20 の 640 要素に離散化した。境界条件は、上方境界中央の 300m 区間 ($x=150 \sim 450 \text{ m}$) は塩水密度 $1,200 \text{ kg/m}^3$ の濃度固定境界とし、下方境界は淡水境界とし、上方の左右の 2 角は圧力 0 の圧力固定境界とし、その他の境界は不透水境界とする。図-2 に示すように、領域中央で上昇流が再現されており、差分法 (Elder, 1967)、有限要素法 (Voss and Souza, 1987)、体積差分法 (Oldenburg and Pruess, 1995) と比較して粗いメッシュでも精度の高い計算結果が得られることが確認できた。

4. おわりに

地下水流動に混合法を、移流分散に特性曲線ガラキン法を用いた密度流解析コードを開発し、検証解析を実施した結果、開発したコードは比較的粗い離散化メッシュに対しても数値誤差が小さく高い計算精度を有していることが確認できた。したがって、従来、粗いメッシュでは精度よい計算結果が得られないような場合でも、メッシュを細分化することなく精度よい計算結果を得ることができるため、本コードにより実岩盤を対象とした大規模スケールの 3 次元不均質場の密度流シミュレーションにおける計算効率を向上できると考えられる。今後は、原位置データを用いて、本コードの実岩盤への適用性について検討を行っていく予定である。

参考文献

- (1) Elder, J.W., J. Fluid Mech. 27, pp.609-623, 1967. (2) Oldenburg, C.M. and Pruess, K., WRR, 31, pp.289-302, 1995. (3) Segol, G.: *Classic Groundwater Simulations*, 1994. (4) Voss, C. and Souza, W.R., WRR, 23(10), pp.1851-66, 1987.

表-1 Henry 問題パラメータ設定値

パラメータ	単位	設定値
固有透過係数 k	m^2	1.0204×10^{-9}
空隙率 θ	-	0.35
分散長 α_L, α_T	m	0.0
分子拡散係数 D_m	m^2/s	18.86×10^{-6}
動粘性係数 μ	$\text{Pa} \cdot \text{s}$	10^{-3}

表-2 Elder 問題パラメータ設定値

パラメータ	単位	設定値
固有透過係数 k	m^2	4.845×10^{-13}
空隙率 θ	-	0.1
分散長 α_L, α_T	m	0.0
分子拡散係数 D_m	m^2/s	3.565×10^{-6}
動粘性係数 μ	$\text{Pa} \cdot \text{s}$	10^{-3}

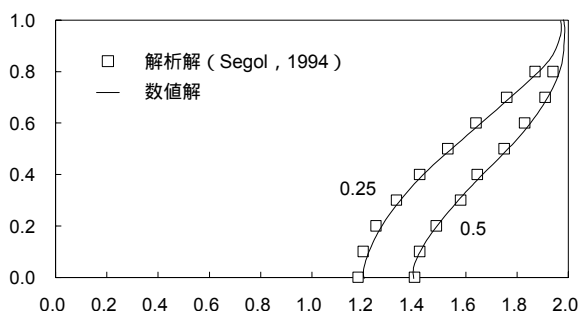


図-1 Henry 問題における濃度分布解析結果

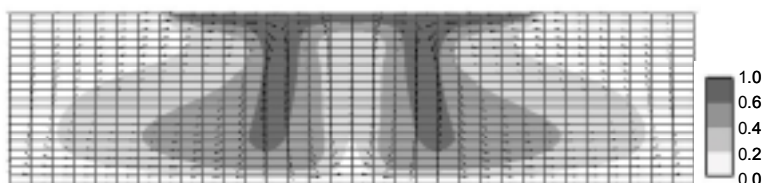


図-2 Elder 問題における濃度分布および流速ベクトル分布解析結果