

手段補完性を考慮したバス交通市場構造に関する研究

京都大学大学院 正会員 ○松島格也
京都大学大学院 フェロー 小林潔司

1. はじめに

通勤交通における端末交通を利用する場合通常往復で同一の交通機関を利用する。往路ではバスを利用したいと考えている家計でも復路に適当な便がない場合にはバスの利用を往復ともあきらめる。その結果バスを利用する家計が減少し、あわせてバス企業も提供するサービスを減少させるだろう。バス企業がサービス水準を減少させた結果バスを利用する家計がさらにバスを利用しなくなるというフィードバックメカニズムが働く。このような往路と復路それぞれの機関選択のマッチングに伴うフィードバックメカニズムがバス市場構造を決定する要因となっている。本研究では、都市部における端末交通としてのバスサービスに着目し、バス市場構造を決定する要因について考察を行う。

2. モデル

バスと自動車のいずれかが利用可能である家計の通勤トリップを考えよう。家計が利用可能な往路と復路の交通手段は互いに手段補完的であり、家計が往路と復路に異なる交通手段を利用する場合、交通費用が禁止的に高くなると考えよう。各家計には自らが希望する往路と復路の希望出発時刻が存在する。家計がバスを利用する場合、希望出発時刻後の最初の出発時刻を持つバスを選択する。一方、自動車を利用する場合には待ち時間は発生しない。バス企業は独占企業であり、利潤を最大にするように運賃とバスダイヤを決定する。家計の希望出発時刻の確率分布は、往路と復路に対して対称的であり、バス企業は往路と復路に対して同一の運賃とバスダイヤを設定すると仮定する。バス容量には制約がないと考える。

最も早く出発する家計の希望出発時刻を $t = 0$ に規準化し、最も遅い家計の希望出発時刻を $T (> 0)$ で表そう。家計の出発時刻は確率密度関数

$$f(t) = \begin{cases} \frac{2}{T^2}(T-t) & 0 \leq t \leq T \text{ の時} \\ 0 & \text{それ以外の時} \end{cases} \quad (1)$$

に従うと仮定する。合計 n 本のバスサービスが時間軸上の離散的な時刻 s_i ($i = 1, \dots, n$) に提供されと考える。ただし、 $T \geq s_i \geq 0$ が成立する。往路の希望出発時刻が t_1 、帰路の希望出発時刻が t_2 である家計が、往復ともバスを利用した場合の効用関数を

$$U_{bus}(t_1, t_2; \mathbf{h}) = Y + v(t_1) + v(t_2) - 2p \quad (2)$$

と定式化する。ここに、 Y は一般化所得、 h はバス企業の戦略ベクトルであり、運賃 p とバスダイヤ $s(n)$ で構成される。 $v(\cdot)$ はトリップに対する部分効用関数であり、

$$v(t) = \begin{cases} -\varepsilon \cdot (s_i(t) - t) & (s_i(t) - t) \leq \theta \text{ の時} \\ -\infty & \text{それ以外の時} \end{cases} \quad (3)$$

と定式化する。ここに、 $s_i(t) = \min\{s_i | s_i \geq t, i = 1, \dots, n\}$ であり、希望出発時刻以降に出発するバスの中でもっとも早く出発するバスの出発時刻を表す。また、 $\varepsilon (> 0)$ は時間価値、 θ は家計が我慢できる待ち時間の上限値である。 $s_i - t$ は、第 i 番目のバスの出発時刻と希望出発時刻の間の時間差(待ち時間)を表しており、家計はもっとも待ち時間の少ないバスサービスを利用する。部分効用関数は、往路・復路のいずれか一方におけるバスの待ち時間が許容水準を超過すれば、家計は往路・復路ともバスを利用しないという手段補完性を表現したものである。一方、自動車を利用した場合の効用も一般化所得に関する準線形効用関数 $U_{car} = Y - 2q$ で表す。 q は自動車を利用した場合の片道費用である。

往路の希望出発時刻と帰路の希望出発時刻の確率分布が独立であると仮定しよう。家計の総数を α とすると、バスサービスに対する集計化された需要関数は

$$m(p, s(n)) = \alpha \int_0^T \int_0^T \delta(t_1, t_2; \mathbf{h}) f(t_2) f(t_1) dt_1 dt_2 \quad (4)$$

と表される。ここに $\delta(t_1, t_2)$ は表示関数である。

バス 1 便あたりの固定費用を c と表そう。バス企業はすべての利用者から一定額の運賃 p を徴収する。バス企業が運賃 p 、ダイヤ $s(n)$ の下で獲得できる利潤は

$$\Pi(n) = 2pm(p, s(n)) - 2nc \quad (5)$$

と表される。バス企業は利潤(5)を最大にするように運賃 p とバスダイヤ $s(n)$ を決定する。当該のバスがカバーする客の希望出発時刻の集合 $\Xi(s_i)$ は

$$\Xi(s_i) = \{t | t \in [t^*(s_i), s_i]\} \quad (6)$$

と表される。ただし、家計が「往路にバスを利用するかどうか」は「帰路にバスを利用するかどうか」にも依存しており、往路の希望出発時刻が $\Xi(s_i)$ の中に含まれていたとしても、必ずしも当該のバスを利用するとは限らない。各バスがカバーする市場の厚み Δ を

$$\Delta = \min \left\{ \theta, \frac{q-p}{\varepsilon} \right\} \quad (7)$$

と表そう。式(1)より、希望出発時刻 t が遅くなるにつれて、家計のバス利用密度は単調に小さくなる。バス容量に制限がないため、バス企業は時間軸上での個々

のバス市場が互いに重ならず，かつ利用者密度の大きい時刻帯より個々のバス市場が連続的につながるように設定し，最適バスダイヤは始発時刻 $s_1 = \Delta$ から時間幅 Δ ごとに等間隔でバスを運行するパターンとして与えられる．いま，始発時刻 $s_1 = \Delta$ から間隔 Δ ごとに n 本のバスを運行するようなバスダイヤを $s^*(n) = (\Delta, 2\Delta, \dots, n\Delta)$ と表そう．最適な運行ダイヤは，

$$pm(p, s^*(n^*)) - pm(p, s^*(n^* - 1)) \geq c \quad (8a)$$

$$pm(p, s^*(n^* + 1)) - pm(p, s^*(n^*)) < c \quad (8b)$$

を満足するような $s^*(n^*)$ で与えられる．条件付き最適ダイヤ $s^*(n) = (\Delta, \dots, n\Delta)$ の特性より，当該ダイヤの下で客がバスを利用するためには客の出発希望時間が

$$t_1 \in [0, n\Delta) \quad \text{and} \quad t_2 \in [0, n\Delta) \quad (9)$$

を満足しなければならない．いま，往路と復路の希望出発時刻の確率分布が互いに独立であることより，条件付き最適ダイヤ $s^*(n)$ を与件としたバス需要関数は

$$\begin{aligned} m(p, s^*(n)) &= \alpha \int_0^{n\Delta} \int_0^{n\Delta} f(t_2) f(t_1) dt_1 dt_2 \\ &= \frac{\alpha}{T^4} \{T^2 - (T - n\Delta)^2\}^2 \end{aligned} \quad (10)$$

と表される．バス需要関数 (10) が往路，復路の利用確率 $F(n\Delta)$ の 2 乗で表されることに留意して欲しい．すなわち，ある家計にとって往路（復路）におけるバス利用が便利であっても，復路（往路）における待ち時間が長い場合には，当該の家計はバスを利用しない．

最後に，バス企業の運賃の決定問題を考えよう．バスの運行本数 n^* を与件としたバス企業の利潤は

$$\Pi(n) = 2pm(p, s^*(n^*)) - 2n^*c \quad (11)$$

と表される．この時， p に関する 1 階の最適化条件より

$$\begin{aligned} 4pF(n^*\Delta(p)) \frac{\partial F(n^*\Delta(p))}{\partial \Delta(p)} \frac{\partial \Delta(p)}{\partial p} \\ + 2\{F(n^*\Delta(p))\}^2 = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

を得る．すなわち市場均衡解は式 (8a)(8b)(12) を同時に満足するような p^{**}, n^{**} として求まる．

3. 市場均衡解の特性

バスの運行本数 n を固定しよう．式 (12) を満たす解は 4 つ存在するが，このうちバス運賃に関する制約 $q - \frac{T\varepsilon}{n} \leq p < q$ を満足する条件付き最適運賃 $p^{**}(n)$ は

$$p^{**}(n) = \frac{-3(T\varepsilon - nq) + \sqrt{K(n)}}{5n} \quad (13)$$

のみである． $K(n) = 9(T\varepsilon)^2 - 8T\varepsilon nq + 4(nq)^2$ である．任意の $n \geq 0$ に対して，最適運賃は一意的に決定される．

つぎに，議論の見通しをよくするため運行本数 n を実数と考えよう．ただし，均衡解として求められる運行本数の値としては，整数の値のみが意味を持つ．このとき，運行本数 n に関する最適化条件は

$$\frac{\partial \Pi(n, p^{**}(n))}{\partial n} = \alpha F(n, p^{**}(n)) \left(\frac{\partial p^{**}(n)}{\partial n} F(n, p^{**}(n)) \right)$$

$$+ 2p^{**}(n) \frac{\partial F(n, p^{**}(n))}{\partial n} \Big) - c = 0 \quad (14)$$

となる．若干の計算により，以下の命題が成立する．

命題 固定費用 c が十分小さい場合均衡条件 (12), (14) を満たす複数均衡解 $(p, n) = (0, 0), (p^{**}, n^{**})$ が存在する． c が十分大きい場合 $(0, 0)$ が唯一の均衡解である．

復路において常に待ち時間なしで利用可能な代替交通手段が存在すると仮定し，市場均衡解や社会的最適解の挙動を確認する．いま，復路においては確率 1 である交通手段を確率 1 で利用することができ，そのときの片道費用を $\hat{p}$ としよう．このときバスを利用した場合の効用関数 (2) は以下ようになる．

$$\tilde{U}_{bus}(t_1 : h) = Y + v(t_1) - p - \hat{p} \quad (15)$$

は手段代替化戦略を採用した場合を表している．同様に往路に自動車を利用する場合の効用も $\tilde{U}_{car} = Y - q - \hat{p}$ と表される．バスサービスの属性が h でありかつ希望出発時刻が t_1 である家計が獲得する効用水準は

$$\tilde{U}^*(t_1 : h) = \max\{\tilde{U}_{bus}(t_1 : h), \tilde{U}_{car}\} \quad (16)$$

となる．往路の条件付き最適ダイヤ $s^*(n)$ を与件としたバス需要関数，及びバス企業の利潤は

$$\tilde{m}(p, s^*(n)) = \int_0^{n\Delta} f(t_1) dt_1 = \frac{1}{T^2} \{T^2 - (T - n\Delta)^2\} \quad (17)$$

$$\tilde{\Pi}(n) = \alpha p \tilde{m}(p, s(n)) - nc \quad (18)$$

となる．価格に関する一階の最適化条件は

$$\begin{aligned} \tilde{p}^{**}(n) \frac{\partial F(n\Delta)}{\partial \Delta} \frac{\partial \Delta}{\partial \tilde{p}^{**}(n)} + F(n\Delta) \\ = \frac{n}{T^2} \left\{ -\frac{2\tilde{p}^{**}(n)}{\varepsilon} (T - n\Delta) + \Delta(2T - n\Delta) \right\} = 0 \end{aligned} \quad (19)$$

となる．式 (19) を満たす条件付き最適運賃のうち $\tilde{p}^{**}(n) \geq 0$ を満たすものは $\tilde{p}^{**}(n) = \frac{-2(T\varepsilon - nq) + \sqrt{K(n)}}{3n}$ のみである．一方条件付き最適運賃 $\tilde{p}^{**}$ を所与としたときの運行本数に関する利潤最大化の一階条件は，

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Pi(n, \tilde{p}^{**}(n))}{\partial n} = \alpha \left(\frac{\partial \tilde{p}^{**}(n)}{\partial n} F(n, \tilde{p}^{**}(n)) \right. \\ \left. + \tilde{p}^{**}(n) \frac{\partial F(n, \tilde{p}^{**}(n))}{\partial n} \right) - c = 0 \end{aligned} \quad (20)$$

で表される．若干の計算により式 (20) を満たす最適運行本数 $\tilde{n}^{**}$ は， c が小さいとき一意に求まり， c が大きいときには $n = 0$ のみが解となることが分かる．手段補完性が存在しない状況下においては頻度の経済性に伴うポジティブフィードバックのメカニズムが働かず，当該のバス市場においては複数均衡解が存在しない．すなわち，往路と復路における交通手段選択の補完性を取り除くことにより，バス市場の構造を変化させうることを示している．

4. おわりに

本研究では，往路と復路における交通手段選択が補完的であることに着目し，この手段補完性がバス市場の構造を決定することを指摘した．