

## コンプライアンス可変型構成方程式を用いた増分法 FEM 解析手法の開発

○前田建設工業（株） 正会員 野本康介  
 同上 正会員 宮野前俊一  
 同上 正会員 松井幹雄

前田建設工業（株） 正会員 梨本 裕  
 東京大学 正会員 大久保誠介

## 1. はじめに

長期耐久性が必要とされる土木構造物の建設においては、岩石の時間依存性を考慮した検討が重要である。特に大深度地下の利用や放射性廃棄物の地層処分場など、数百年～数万年単位の経過時間を考えないといけない場合には、三次クリープと呼ばれる破壊現象を予測する必要がある。コンプライアンス可変型構成方程式（大久保,1992、大久保ら,1998）は歪  $\varepsilon$  と応力度  $\sigma$  の比であるコンプライアンス  $\lambda = \varepsilon / \sigma$  の時間的な変化を組み込むことで比較的簡単にこの現象を表現できる有効な手法であり、以下の式で与えられる。

$$\frac{d\lambda_*}{dt} = a \times \sigma_*^n \times \lambda_*^m$$

$\lambda_*$ ：コンプライアンス  $\lambda$  を初期値  $\lambda_0$  で基準化したもの（ $= \lambda / \lambda_0 = E_0 / E$ ）

$t$ ：時間

$a$ ： $[m / (n+1)]^{[m / (n-m+1)]} / t_0$

$t_0$ ：クリープ基準時間

$n$ ： $\tau_y / \tau_{y0} \times n_0$

$n_0, m$ ：クリープ材料係数

$\sigma_*$ ：破壊接近度（ $= \tau_{\max} / \tau_y$ ）

$\tau_{\max}$ ：最大剪断応力度

$\tau_y$ ：破壊包絡線に接する Mohr 円の半径

$\tau_{y0}$ ：一軸圧縮時の  $\tau_y$

上式中、破壊接近度  $\sigma_*$  は応力が破壊条件の限界値に接近しているほどクリープが生じやすい性質を表したパラメータである。また  $n$  は応力に依存する関数であり、これが大きくなると相対的に時間依存性が小さくなり粘弾性的な性質が顕著でなくなる。

岩石を長時間放置するときの応力状態は、施工過程の違いや支保工を入れる時期、補助工法などによって自ずと異なる。すなわち、上記の破壊接近度  $\sigma_*$

と  $n$  が初期の工程によって異なる。その違いが長期耐久性にどのような影響を与えるかシミュレーションするために、コンプライアンス可変型構成方程式を用いて増分形の応力-歪関係式を導き、これを組み込んだ FEM 解析手法を開発した。

## 2. 増分形構成式と FEM 定式化

時間増分  $\Delta t$  における増分形の応力-歪関係式を下式で表す。

$$\{\Delta \sigma\} = [D] \cdot \{\Delta \varepsilon\} - \{\Delta \sigma_r\}$$

ここで  $\{\Delta \sigma_r\}$  は緩和応力度ベクトルの増分である。

$$\{\Delta \sigma_r\} = -[AD] \cdot \{\varepsilon\}$$

上式中の弾性係数マトリクス  $[D]$  の増分  $[\Delta D]$  は下式で与えられる。

$$[\Delta D] = \frac{\partial [D]}{\partial E} \Delta E + \frac{\partial [D]}{\partial \nu} \Delta \nu$$

ヤング係数  $E$  は  $\lambda_*$  と以下の関係にあり、その増分  $\Delta E$  はコンプライアンス可変型構成方程式を用いて下式のように表される。

$$\frac{\partial \lambda_*}{\partial E} = \frac{\partial}{\partial E} \left( \frac{E_0}{E} \right) = -\frac{E_0}{E^2}$$

$$\therefore \Delta E = -a \times \sigma_*^n \times E_0^{m-1} \times E^{2-m} \times \Delta t$$

ポアソン比  $\nu$  を下式で定義することにより、その増分  $\Delta \nu$  は以下で表される（ $\nu_0$  は  $\nu$  の初期値）。

$$\nu = 0.5 - \frac{0.5 - \nu_0}{\lambda_*}$$

$$\Delta \nu = -\frac{0.5 - \nu_0}{E_0} \Delta E$$

増分形の応力-歪関係式を FEM に組み込むことで下式の増分形マトリクス方程式が得られる。

$$[K] \cdot \{\Delta u\} = \{\Delta f\} + \int [B]^T \cdot \{\Delta \sigma_r\} \cdot dV$$

キーワード：岩石、トンネル、有限要素法、時間依存性、クリープ、構成方程式

前田建設工業（株）土木本部 土木設計部 東京都練馬区高松 5-8 J.CITY TEL03-5372-4759

東京大学 新領域創成科学研究科 環境学専攻 東京都文京区本郷 7-3-1 TEL03-5841-7066

3．理論解との比較による検証

以上により三次クリープの構成式を組み込んだ増分法の FEM 解析手法を開発した。計算結果を理論解と比較し、本解析手法の検証を行った。

3－1．計算条件

二次元 FEM の軸対称モデルにより、三軸試験を模擬した計算を行った。各種の物性値と計算ケースは表－1、2の通りである。破壊条件式には、従来コンプライアンス可変型構成方程式と組み合わせて使われてきた Janach のものを用いた。

3－2．結果

(1) Case1-1 定歪速度 ( $d\epsilon/dt = \text{Const.}$ )

定歪速度では  $\sigma-\epsilon$  のグラフを描くと、ある応力度でピークになり以降ヤング係数が下がり降下する曲線となる。側圧 S3 が増加するとピーク値も上がる。FEM による解は、図－1(1)に示す通り理論解とよい一致を示した。

(2) Case1-2 定歪速度 ( $d\epsilon/dt = \text{Const.}$ )

同じく定歪速度で今度は側圧 S3 を 10[MPa]に固定し  $n_0$  を変化させた。この場合、ピーク値は変わらないがそれ以降の軟化のしかたに違いが生じる。FEM による解は、図－1(2)に示す通り理論解とよい一致を示した。

(3) Case2 定応力度 ( $\alpha = \text{Const.}$ )

定応力度では、一定時間が経過したのち三次クリープが発生し加速的に歪  $\epsilon$  が増大する。側圧がある場合には、三次クリープの発生時間が遅延される。 $10^{12}$  [秒]はおおよそ三万年である。FEM による解は、図－1(3)に示す通り理論解とよい一致を示した。

4．まとめ

三次クリープの構成方程式を増分法の FEM に組み込んだ。計算結果を理論解と比較することで検証を行い、両者がよい一致を示すことを確認した。今後は本解析手法を用いて、軟岩における大深度トンネルを対象に、施工過程の違いなどによる三次クリープ発生の違いを検討してゆく。

[参考文献]

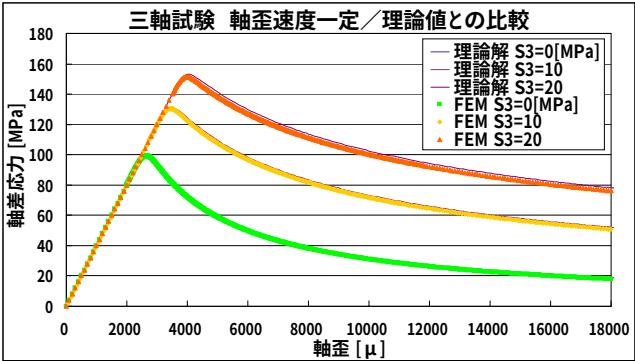
- 1)大久保：コンプライアンス可変型構成方程式の解析的検討，資源と素材，108(1992)，No.8
- 2)大久保，福井，張：岩石の時間依存性を考慮した 3 次元 FEM 解析，資源と素材，114(1998)，No.2

表－1 計算条件

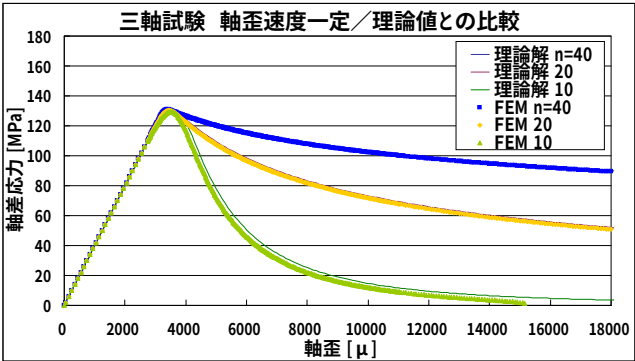
|                     |        |
|---------------------|--------|
| 初期ヤング係数 $E_0$ [MPa] | 40,000 |
| 初期ポアソン比 $\nu_0$     | 0.2    |
| 一軸圧縮強度 $q$ [MPa]    | 100    |
| 引張強度 $\sigma$ [MPa] | 10     |
| クリープ基準時間 $t_0$ [秒]  | 120    |
| m                   | 10     |

表－2 計算ケース

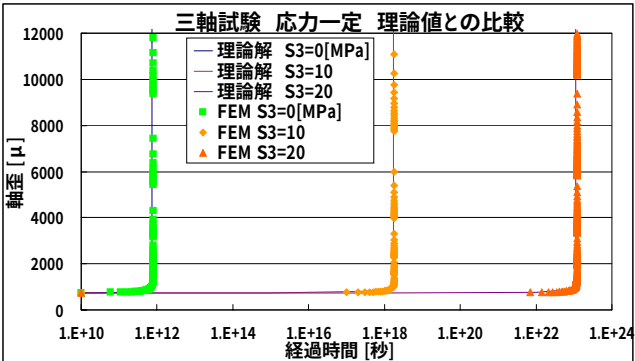
| Case No. | 試験条件                        | 側圧 $S_3$ [MPa] | $n_0$      |
|----------|-----------------------------|----------------|------------|
| 1-1      | 定歪速度 $d\epsilon/dt=2$ [1/秒] | 0, 10, 20      | 20         |
| 1-2      |                             | 10             | 10, 20, 40 |
| 2        | 定応力度 $\sigma=30$ [%]        | 0, 10, 20      | 20         |



(1) Case1-1 定歪速度 (側圧 S3 変化、 $n_0$  固定)



(2) Case1-2 定歪速度 ( $n_0$  変化、側圧 S3 固定)



(3) Case2 定応力度 ( $\sigma = 30\%$ )

図－1 FEM 結果と理論解の比較