

平面ひずみ供試体の変位場の 分岐メカニズムに基づく画像処理

東北大学 正員 ○池田清宏
 東北大学 正員 市村強
 東北大学 正員 高村浩之
 東北大学 正員 須藤良清

1. まえがき

本論文では、土の供試体の変位場の画像解析法を提案する。この解析法は、「PIV」（粒子画像流速計測法）と群論的分岐理論の「ブロック対角化原理」とを組み合わせたものである。PIVは、粒子の微小な移動を可視化し、画像解析することにより、流速ベクトル分布を求める計測方法の総称である。一方、ブロック対角化原理は、対称性を持つ系の支配方程式（解空間）は、適当な座標変換により、複数の独立な支配方程式（解空間）に分解できる性質を表す¹⁾。

端面摩擦無し、载荷速度一定の条件の下で豊浦砂の平面ひずみ圧縮試験を行う。PIVを用いることにより、供試体の変位場の経時変化を求める。さらに、この変位場を対称成分と反対称成分とに分解し、観察することにより、供試体内部で起きている局所化のメカニズムを調べる。このとき、拡散型分岐とせん断線形成分岐のどちらが先に起こっているかには特に注目する。

2. 左右対称性を持つ系の分岐

群 D_1 に同変な系の支配方程式の解空間 X は、

$$X = X^{(+)} \oplus X^{(-)} \quad (1)$$

と、左右対称な解の空間 $X^{(+)}$ と左右反対称な解の空間 $X^{(-)}$ という2つの空間の直和に分解 (isotypic decomposition) される。

左右対称性を持つ系は、分岐するまでは、左右対称性を保つ。一方、分岐後は、対称性を持つ解と反対称性を持つ分岐解が混ざるために、解は非対称となる。ゆえに、この系の分岐の仕組みは、

$$\text{対称} \rightarrow \text{非対称} \quad (2)$$

により表され、分岐は高々1回しか起こさない。

Key Words: 画像処理, 砂, せん断帯, 平面ひずみ圧縮試験, 分岐, ブロック対角化, PIV

〒 980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 06

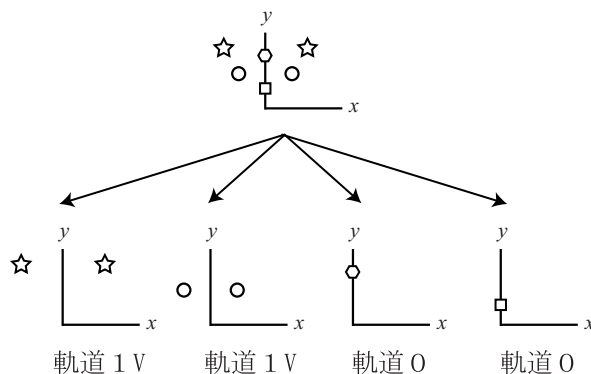


図-1 左右対称な離散系の軌道の分解の例

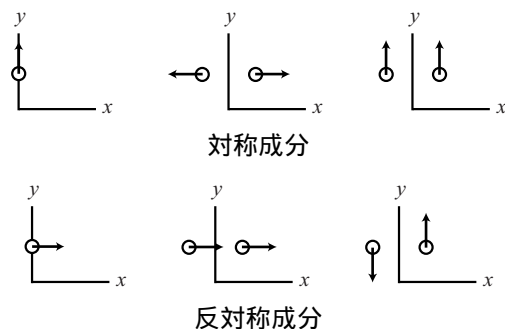


図-2 基底ベクトルの対称成分と反対称成分

左右対称な系に対しては、式(1)の2個の直和空間への座標変換行列は、

$$H = (H^{(+)}, H^{(-)}) \quad (3)$$

となる。左右対称な離散系の節点は「0」と「1V」という2種類の軌道により構成される。軌道0は、鏡映軸である y 軸上の節点1個からなる。一方、軌道1Vは鏡映軸である y 軸を挟んで鏡映の位置にある2個の節点からなる。

以下、変位としては、 (x, y) 平面内の並進変位を考え、各軌道毎に座標変換行列を組み立てる。節点 i の (x, y) 方向の変位成分を $(u_i, v_i)^T$ ($i = 1, \dots, N$) とおく。図2に示す各軌道の対称成分と反対称成分を用いることにより、座標変換行列(3)が求められる。

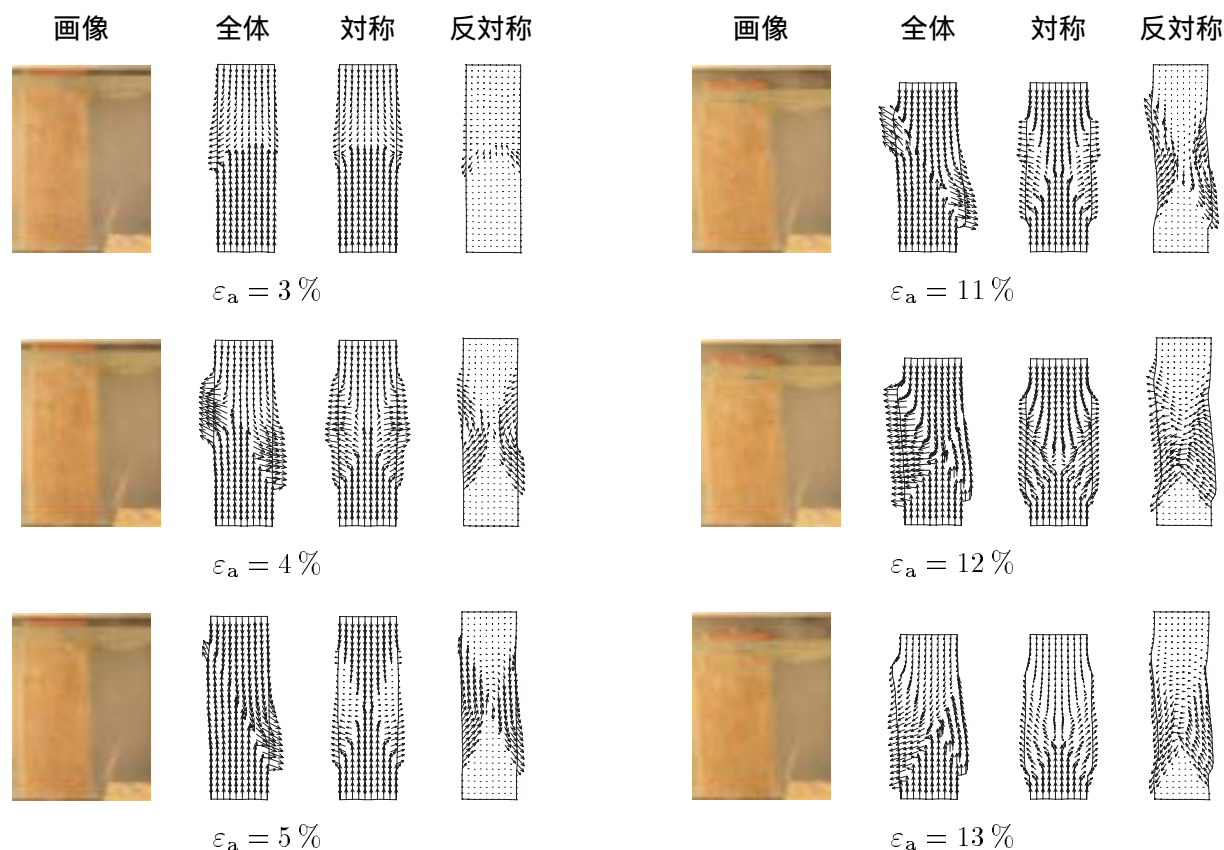


図-3 供試体の変位場の PIV 画像の分解

3. 豊浦砂の平面ひずみ圧縮試験

供試体としては、幅 $W_0 = 5 \text{ cm}$ 、厚さ $T = 2 \text{ cm}$ 、高さ $H_0 = 13 \text{ cm}$ を用いた。相対密度 $83 \pm 2\%$ の比較的密な供試体である。側圧 49.0 kPa のもとで、軸圧縮（せん断）を開始し、せん断ひずみ速度は $0.15\%/min$ と設定し、軸ひずみ 20% まで 0.25% 間隔で写真を撮影する。

4. 画像処理

PIV を用いて、供試体の変形の画像処理を行い、その画像を左右対称成分と左右反対称成分とに分解することにより、せん断帯の発生過程を調べる。その結果、応力ひずみ曲線において、応力が減少した軸ひずみ $\varepsilon_a = 4\%$ 付近と $\varepsilon_a = 12\%$ 付近において、特徴的な結果が得られた。 $\varepsilon_a = 4\%$ と $\varepsilon_a = 12\%$ 付近における画像処理結果を図 3 に示す。軸ひずみ $\varepsilon_a = 4\%$ において、中央部の左右 2 対の逆向きの渦からなる反対称成分、すなわち分岐モードが発生し、分岐が起こっている。その分岐モードが強まることにより、せん断帯を誘発している。 $\varepsilon_a = 4 \sim 5\%$ において、対称成分は上下からくさびを押し込む上下対称なモードである。 $\varepsilon_a = 11\%$ において、変形ベクトルは大きくなるが、依然として、反対称成分は中央部の左右 2

対の逆向きの渦からなるモードであり、対称成分も上下からくさびを押し込む上下対称なモードである。

$\varepsilon_a = 12\%$ において、対称成分は、上下対称性を失っている。一方、反対称成分は、渦の向きが逆になっており、最初に発生したせん断帯と別な方向のせん断帯を形成している。

分岐モードは、渦を描く典型的な Harmonic mode、すなわち、拡散型であった。この分岐の発生後にせん断帯は発生している。このように、拡散型分岐が先行する形で起こり、せん断帯の生成を誘発している。

5. 結論

土の供試体のせん断帯形成には、対称性の喪失が関与していることを明らかにできた。PIV による出力をそのまま用いる代わりに、対称成分と反対称成分とに分けることにより、せん断帯形成のメカニズムの一端を示すことができた。

参考文献

- 1) Murota, K. and Ikeda, K.: Computational use of group theory in bifurcation analysis of symmetric structures, *SIAM J. Sci. Statist. Comput.*, Vol. 12, No. 2, pp. 273-297, 1991.