

超大型浮体の波浪応答解析への高速多重極法の適用

京都大学大学院 学生会員 ○吉澤 直
 京都大学工学研究科 フェロー 渡邊 英一
 京都大学工学研究科 正会員 宇都宮 智昭

1. 研究目的

従来より、水波 Green 関数を利用した境界要素法は、任意形状浮体の線形波浪応答解析のための基本ツールとして幅広く用いられてきている。しかし、本手法を超大型浮体に適用する場合、未知数を N とする時、記憶容量に関して $O(N^2)$ 、計算速度に関して $O(N^3)$ となる基本特性のため、現在の計算機能力内で実用的に解くことは不可能であった。そこで、一昨年、ツリー法のアлゴリズムを水波グリーン関数法に導入することで、記憶容量に関して $O(N)$ の、計算時間に関して $O(N \log N)$ の特性を実現し、波浪中弾性応答解析に適用できることを実証した(渡邊英一他(2001)¹⁾)。本研究では、さらなる計算速度の向上を目的として、 $O(N)$ の特性が得られるとされる局所展開を導入した高速多重極法(Fast Multipole Method; FMM)のアлゴリズムを導入することを試みる。

2. 解析手法

本研究においては、Diffraction 問題について解析を行う。解析モデルは、Fig.1 に表される、喫水 d 、長さ L 、幅 B の箱形ポンツーン浮体とし、一定水深 h とする。自由水面上に xy 平面をとり、 z 軸は浮体中心を通るように定義する。本研究では、浮体構造物と海底起伏が同時に存在する場合にも適用可能な積分方程式を採用し、要素として 8 節点 2 次要素を用いる。速度ポテンシャル ϕ に関する境界条件式を積分方程式に代入すると次式が得られる。

$$4\pi\phi(\bar{x}) + \int_{S_H} \left\{ \phi(\bar{\xi}) \frac{\partial G(\bar{x}, \bar{\xi})}{\partial n} - \phi(\bar{x}) \frac{\partial G_2(\bar{x}, \bar{\xi})}{\partial n} \right\} ds = 4\pi\phi_I(\bar{x})$$

ここで、積分および法線微分は $\bar{\xi}$ に関して計算し、 S_H は浮体の没水面、 $G(\bar{x}, \bar{\xi})$ は水波 Green 関数、 ϕ_I は入射波ポテンシャルである。上式は、 S_H の表面上に配置される N 個の節点における未知ポテンシャル $\phi_i (i=1, \dots, N)$ を未知数とする連立一次方程式を表している(選点法)。

FMM の考え方は、ある場をポテンシャルの重ね合わせとして構成するとき、遠方からの影響を個別に算定するのではなく、まとめて評価しようというものである。Green 関数法は、場をポテンシャルの重ね合わせで表現する解法であり、また、方程式を反復解法で解くことにすると必要な計算は行列ベクトル積の計算であるが、これは離散的に近似したポテンシャルの和をとることと同じであるから、FMM を導入することができる。

FMM アルゴリズムの概念図を Fig.2 に示す。ij 間の距離が十分に離れている時、選点 i における点 j からの影響値を点 k および点 f を経由させて計算する。これを次式で表す。

$$\hat{b}_{i \in \text{Cell}f} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} R_{i \in \text{Cell}f, n} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_k T_{fk, n+m} \sum_{j \in \text{Cell}k} M_{kj, m} \hat{\phi}_j$$

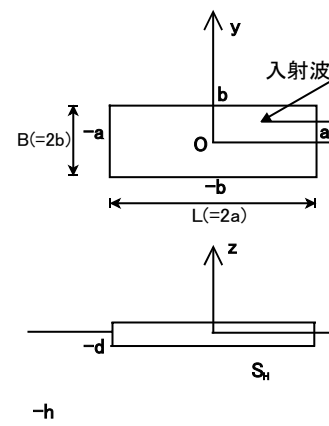
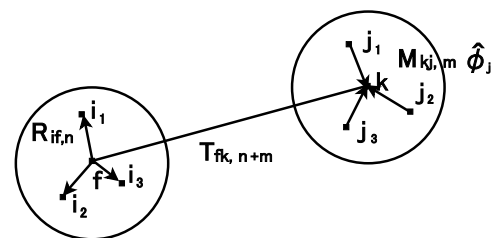


Fig.1 解析モデル



i: 選点, k: セルkの中心点, f: セルfの中心点
 $M_{kj, m} \hat{\phi}_j$: 多重極展開係数, $T_{fk, n+m}$: kf間の関係, $R_{i \in \text{Cell}f, n}$: fi間の関係

Fig.2 FMM の概念図

キーワード 高速多重極法, 水波 Green 関数

連絡先 〒606-8304 京都府京都市左京区吉田本町 京都大学大学院工学研究科土木工学専攻 TEL 075-753-5079

点 k を中心としたある範囲内に存在する点 j をまとめてセル k とし、点 f を中心としたある範囲内に存在する点 i をまとめてセル f とする。前式は、以下の三過程によって計算を進めることを表している。

1. セル k に含まれる点 j の k に関する多重極展開係数 $M_{kj,m}\hat{\phi}_j$ を求め、それを足し合わせてセル k の多重極展開係数 $\sum_{j \in \text{Cell}k} M_{kj,m}\hat{\phi}_j$ とする。
2. セル k の多重極展開係数からセル f の局所展開係数 $\sum_{m=-\infty}^{\infty} T_{fk,n+m} \sum_{j \in \text{Cell}k} M_{kj,m}\hat{\phi}_j$ を求める。
3. 求まった局所展開係数を用いて、セル f に含まれる選点 i に関して、セル k に含まれる点 j からの影響値 $\hat{b}_{i \in \text{Cell}f}$ を求める。

3. ベンチマーク解析

Fig.1 において $L=3000\text{m}$, $B=480\text{m}$, $d=1.5\text{m}$, $h=20\text{m}$ としたモデルについてベンチマーク解析を行い、一昨年の手法と比較した。反復法(GMRES 法)における収束計算の収束判定誤差は $\varepsilon=10^{-3}$ とした。6 通りの節点数 N について計算を行い、各節点数における従来のプログラム($O(N \log N)$ アルゴリズム)と、本研究によるプログラム($O(N)$ アルゴリズム)による一反復あたりの計算時間を比較したものを Table 1 に示す。また、遠方点に関する計算時間についても比較し Table 2 に示す。両手法による一反復あたりの遠方点に関する計算時間と、 $O(N \log N)$, $O(N)$ の曲線および直線を併記したものを Fig.2 の両対数グラフに示す。

Table 1, 2 より、節点数が 21057 より大きい時には本研究による手法の方が計算時間が短くなり、また、その短縮率は節点数が増える程大きくなっていることがわかる。また、Fig.2 より、多少のばらつきはあるものの両手法はそれぞれ $O(N \log N)$ および $O(N)$ の特性を持っていることが確認できる。本研究においては、PC 上で 80,000 節点を有するモデルを解析することが可能である。この事実からも高速多重極法導入の有効性は明らかである。

Table 1 一反復あたりの計算時間

節点数	要素数	一反復あたりの計算時間:s/iteration	
		従来	本研究
8661	2790	13.7	16.4
12193	3948	24.2	26.0
21057	6864	64.0	64.9
45985	15096	199.2	159.9
70981	23370	327.0	308.9
80513	26528	460.0	380.0

Table 2 一反復あたりの遠方点に関する計算時間

節点数	要素数	一反復あたりの遠方点に関する計算時間:s/iteration	
		従来	本研究
8661	2790	2.7	5.4
12193	3948	3.5	5.4
21057	6864	8.3	8.5
45985	15096	39.7	33.2
70981	23370	55.3	36.2
80513	26528	132.0	51.6

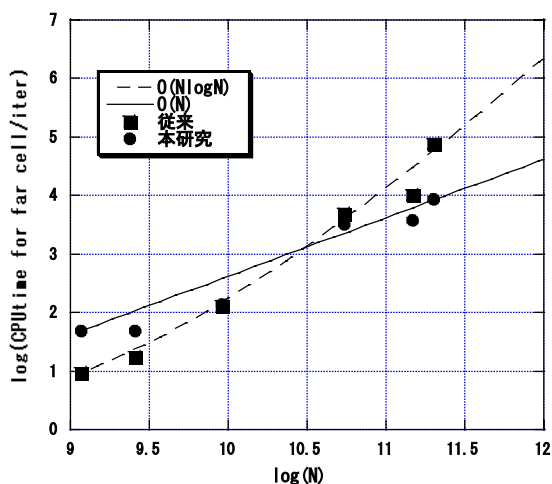


Fig.3 $O(N \log N)$ と $O(N)$ の比較

4. 結論及び今後の課題

本研究により、大規模浮体を解析するのに適した方向性でプログラムの改良を行うことができたといえる。今後は、本研究によって作成したプログラムを拡張させ、弾性応答を考慮し、並列計算機に対応したものにする必要がある。

参考文献

- 1) 渡邊英一他：自然リーフ海岸地形を利用した大規模浮体施設の基礎的研究。運輸分野に於ける基礎的研究推進制度研究成果報告書，2001