

任意形状浮体に作用する2次オーダー回折波力の高精度計算プログラムの開発

京都大学大学院 学生会員 ○佐藤 宏樹
 京都大学大学院 フェロー 渡邊 英一
 京都大学大学院 正会員 宇都宮 智昭

1. 研究目的および研究内容

海洋構造物の設計において、作用する回折波力を周波数領域で評価する場合、通常1次オーダー波力（線形回折波力）に基づき、応答評価やこれに基づく設計がなされる。また、2次オーダー波力については、1次のポテンシャルのみから求められる定常漂流力を係留設計で扱うにとどまっている。

しかし、重要度の高い海洋構造物を対象に不規則波中での変動漂流力を厳密に評価したい場合、あるいは高波浪域に設置されるTLP等において鉛直方向の高周波数域での固有振動が2次オーダー回折波力と共振する場合（Springing）等、2次オーダー回折波力の厳密な評価が必要となることも将来、予想される。そこで、本研究では著者らがこれまでに開発してきている境界要素法プログラムを、異なる2周波数の入射波に対しての厳密な2次オーダー回折波力が計算可能なプログラムに拡張した。

2次オーダー回折波力は、異なる2周波数 ω_1 、 ω_2 の入射波が入射する場合、 $\omega_1+\omega_2$ 、 $2\omega_1$ 、 $2\omega_2$ の周波数成分を有する和周波数成分波力と、 $\omega_1-\omega_2$ の周波数成分、定常成分の差周波数成分波力に大きく分けられる。本研究では、これらを統一的に定式化し、またプログラミングを行った。最終的に、本研究によるプログラムの妥当性と精度の検証を行い、2周波数波中での2次オーダー回折波力を高精度に計算できることを実証した。

2. 解析理論

波形勾配に関する2次オーダー回折波力は、1次ポテンシャルの積による項、2次入射波ポテンシャルによる項および2次回折波ポテンシャルによる項に展開される。

これらの中で、従来の手法では計算が困難とされている2次オーダー回折波ポテンシャルによる項について新たに式展開を行う。すなわち、assisting radiation potential を用いた手法¹⁾により2次オーダー回折波ポテンシャルを直接求めることなく評価する。(1)式にその波力の展開式を示す。ただし、添字+、-はそれぞれ和周波数、差周波数を表している。

$$f_{pD}^{\pm} = -\rho i \omega^{\pm} \left(- \iint_{S_B} \psi_k^{\pm} \frac{\partial \phi_I^{\pm}}{\partial n} dS + \frac{1}{g} \iint_{S_F} Q^{\pm} \psi_k^{\pm} dS \right) \quad (1)$$

ここで、 ψ_k^{\pm} はassisting radiation potential、 Q^{\pm} は2次回折波ポテンシャル自由表面条件の右辺で、 S_B は物体表面、 S_F は自由表面である。

また、(1)式の括弧内の2次オーダー入射波ポテンシャル ϕ_I^{\pm} を含む第1項は従来の手法で計算可能であるが、第2項である自由表面積分は効率的に計算することが困難なため、積分領域を構造物の近傍場領域と遠方場領域とに分割する。近傍場領域では、ポテンシャルの2階空間微分計算の精度が低いことをdivergence theoremを用いて回避し特異性の弱い式を導く。しかし、この計算を用いて無限遠まで自由表面を要素分割して解析値を収束させることは非常に困難であるので、遠方場領域では別の手法を利用する。それは、積分値の収束が良い級数展開表現を用いる方法である。この表現の半径方向積分にはHankel関数の3重積の計算が含まれる。また、Hankel関数の3重積の中でFresnel integralを利用している²⁾。

このように手法を組み合わせることで2次オーダー回折波力の評価式を導き、この評価式に基づいて計算プログラムを作成する。

キーワード 2次オーダー、和周波数、差周波数、境界要素法

連絡先 〒606-8501 京都市左京区吉田本町 京都大学大学院工学研究科土木工学専攻 TEL 075-753-5079

3. プログラムの検証

計算プログラムは境界要素法に基づくことで任意形状浮体への適用を可能にする。本研究の解析理論に基づいて作成したプログラムの計算結果を、着底円筒に対する計算結果を示している Kim&Yue(1990)と比較してプログラムの妥当性を検証する。

検証モデルは着底円筒とし、半径 $a=1.0$ 、水深 $h=1.0$ とする。その計算結果の比較を Table 1 に示す。 ν は ω^2/g (ω は周波数) であり、この値の様々な組み合わせに対する計算結果を示している。計算結果は、水平方向に作用する 2 次オーダー回折波力である。Table 1 より、2 次オーダー量の計算結果としては適切な計算結果が得られていると言えるので、プログラムは妥当であることが認められる。

4. 解析

検証を行ったプログラムを用いて、着底円錐をモデルに解析を行う。円錐形状は水面位置の半径 $a=1.0$ 、先端角 60° で水深 $h=1.0$ とする。まず、1 周波数での解析結果を Fig.1 に示す。周波数が大きくなると和周波数の 2 次オーダー波力が、1 次オーダー波力を大きく上回っていることが確認できる。一方、差周波数の 2 次オーダー波力については、周波数に対する大きな変化は見られない。

次に、2 周波数での解析結果を Fig.2 に示す。すなわち、一方の周波数を固定して、他方の周波数を変化させた結果を示している。グラフより、和周波数の 2 次オーダー波力も周波数に対して変化をしているが、それよりも差周波数の 2 次オーダー波力の方が大きな変化、値を示していることがわかる。

5. 結論および今後の課題

本研究において、あらゆる組み合わせの異なる 2 周波数に関して統一的に 2 次オーダー回折波力評価式の定式化を行い、これに基づき、任意形状浮体に対応したプログラムの作成を行った。プログラムのある程度の精度が確認できたことに加えて、解析結果から、和周波数、差周波数の 2 次オーダー波力の重要性が確認できた。

今後は、本研究で作成したプログラムの精度を更に厳密に検討し、これを用いて TLP などの様々な任意形状浮体に対して解析を行い、2 次オーダー回折波力の評価を行うことが望まれる。

参考文献

- 1) Kim, M.H. & Yue, D.K.P. (1990) The complete second order diffraction solution for an axisymmetric body. Part 2. Bichromatic incident waves and body motions. *J. Fluid Mech.* **211**, pp557-293.
- 2) Kim, M.H. & Yue, D.K.P. (1989) The complete second order diffraction solution for an axisymmetric body. Part 1. Monochromatic incident waves. *J. Fluid Mech.* **200**, pp235-264.

Table 1 2 次オーダー回折波力計算結果の比較

(上段：本研究，下段：Kim&Yue(1990))

νa	sum	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8
1.0	0.918	1.006	0.829	0.787	0.826	0.872
	0.918	0.939	0.782	0.778	0.850	0.903
1.2	1.014	0.826	0.764	0.819	0.904	0.952
	0.982	0.826	0.752	0.847	0.959	1.013
1.4	1.217	0.894	0.772	0.911	0.991	1.013
	1.163	0.870	0.772	0.971	1.074	1.105
1.6	1.389	1.052	0.832	0.748	1.049	1.060
	1.347	1.011	0.810	0.748	1.160	1.184
1.8	1.484	1.195	0.964	0.802	0.733	1.027
	1.489	1.165	0.925	0.777	0.732	1.226
νa	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	difference

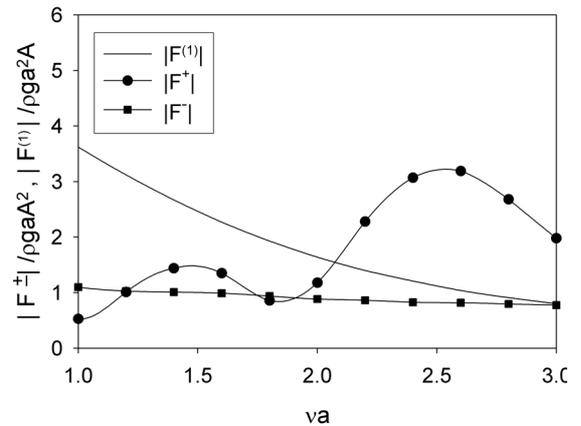


Fig.1 1 周波数に対する計算結果

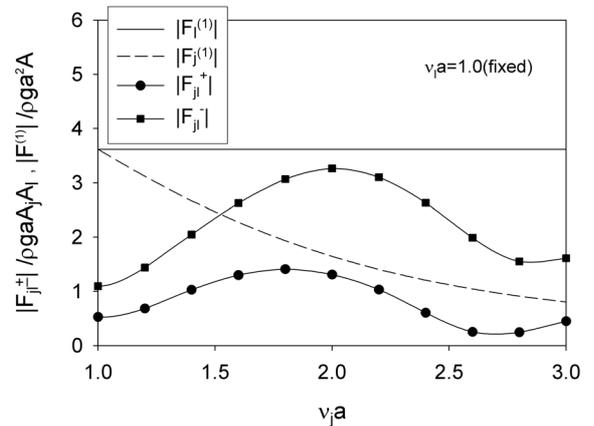


Fig.2 2 周波数に対する計算結果