ブシネスク方程式に基づく非線形平面波浪場の解析

京都大学大学院　学生会員　○橋本達典
京都大学大学院　フェロー　渡邊英一
京都大学大学院　正会員　宇都宮智昭

１．はじめに

従来，浮体構造物の設置海域における波浪場解析には，線形回折波理論が基本的に用いられているが，浅海域かつ厳しい波浪条件下では波浪は有限振幅であるために波の非線形性の影響が顕著となる.構造物の設計に対しては波浪が最も基本的な外力であり，非線形波浪場を精度良く予測することが望まれている．そこで本研究では海底地形を有する非線形波浪場を精度良く解析することを目的とする．基本とするのは，弱非線形性・弱分散性を考慮した波動方程式であるブシネスク方程式である.その数値計算手法には有限差分法を用いるが，非線形項や高次の微分を含む分散項の近似上，その計算アルゴリズムは非常に複雑なものとなり，計算過程には工夫を要する．そこで，Stansby による数値アルゴリズムを採用し，ADI 法を用いることにより，平面２次元におけるできるだけ簡便な非線形波浪場解析手法を開発する．

２．解析理論

水深変化を考慮し,深海域と浅海域での分散性を統一した形で合理的に表現できるようなブシネスク方程式が，Madsen らによって提案されている．それらを基礎方程式とし，スタッガードメッシュを用いて差分方程式を導くと以下のようになる．

・連続式

$$\frac{\eta^{n+1}_{i,j}-\eta^{n}_{i,j}}{\Delta t}+\theta_x\frac{(hu)^{n+1}_{i+\frac{1}{2},j}-(hu)^{n+1}_{i-\frac{1}{2},j}}{\Delta x}+\theta_y\frac{(hv)^{n+1}_{i,j+\frac{1}{2}}-(hv)^{n+1}_{i,j-\frac{1}{2}}}{\Delta y}$$
$$=-(1-\theta_x)\frac{(hu)^{n}_{i+\frac{1}{2},j}-(hu)^{n}_{i-\frac{1}{2},j}}{\Delta x}-(1-\theta_y)\frac{(hv)^{n}_{i,j+\frac{1}{2}}-(hv)^{n}_{i,j-\frac{1}{2}}}{\Delta y} \qquad (1)$$

・運動量方程式

$$\frac{(hu)^{n+1}_{i+\frac{1}{2},j}-(hu)^{n}_{i+\frac{1}{2},j}}{\Delta t}+gh^{n}_{i+\frac{1}{2},j}\,\alpha_x\frac{\eta^{n+1}_{i+1,j}-\eta^{n+1}_{i,j}}{\Delta x}+\gamma^{n}_{i+\frac{1}{2},j}(hu)^{n+1}_{i+\frac{1}{2},j}$$
$$=-gh^{n}_{i+\frac{1}{2},j}(1-\alpha_x)\frac{\eta^{n}_{i+1,j}-\eta^{n}_{i,j}}{\Delta x}-ADV^{n}_{x}+BOUS^{n}_{x} \qquad (2)$$

$$\frac{(hv)^{n+1}_{i,j+\frac{1}{2}}-(hv)^{n}_{i,j+\frac{1}{2}}}{\Delta t}+gh^{n}_{i,j+\frac{1}{2}}\,\alpha_y\frac{\eta^{n+1}_{i,j+1}-\eta^{n+1}_{i,j}}{\Delta y}+\gamma^{n}_{i,j+\frac{1}{2}}(hv)^{n+1}_{i,j+\frac{1}{2}}$$
$$=-gh^{n}_{i,j+\frac{1}{2}}(1-\alpha_y)\frac{\eta^{n}_{i,j+1}-\eta^{n}_{i,j}}{\Delta y}-ADV^{n}_{y}+BOUS^{n}_{y} \qquad (3)$$

ここで，t は時間，η は水位，g は重力加速度，h は全水深，u,v はそれぞれ x,y 方向の深さ平均流速，n はタイムステップ番号，i,j は空間格子番号であり，移流項，分散項はそれぞれ ADV,BOUS と表し，陽的に計算する．また，θ，α は，$0<\theta<1$，$0<\alpha<1$ を満たす定数で，陽解法と陰解法の中間的な方法である．

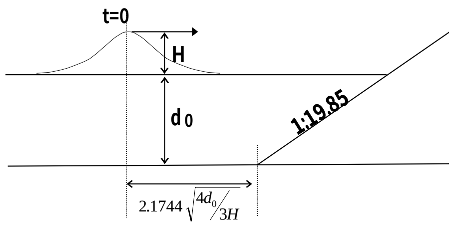

Fig.1 斜面の形状

３．検証および解析

Fig.1 に示す斜面を孤立波が打ち上がる現象を再現し，実験値との比較を行った．水深 d0=1.0(m),波高 H=0.3(m)とし，その結果を Fig.2 に示す．この場合，水深，波高，斜面勾配の関係から斜面上で砕波する非線形性の強い条件となるが，ある程度その波形は実験値と一致しており，

キーワード　波の非線形性，ブシネスク方程式，ADI 法
連絡先　〒606-8501　京都市左京区吉田本町　京都大学大学院工学研究科土木工学専攻　ＴＥＬ075-753-5079

非線形性を考慮した解析を行うことが可能であると思われる．

次に，海底起伏上の平面的な波形を見るために，領域内に Fig.3 のような潜底をおき，孤立波が進行する時の時間ごとの波形を追跡した．水深 d_0=10.0(m)，波高 H=1.0(m)として計算し，その波形の一例をFig.4に示す．このような形で，時間ごとの平面的な波形を求めることができた．

４．結論及び今後の課題

今回，ブシネスク方程式に基づき，ADI 法を用いた差分方程式を導出し，計算アルゴリズムの効率化をはかった．そして，線形理論では再現が困難な非線形波浪場解析を行った．潜堤上を進行する波，また斜面を打ち上げる波など，波の非線形性が重要な要素となる現象に関して再現することができ，その結果この手法は，大型浮体の設置海域として考えられる浅水域ならびに海底地形の変化を有する海域での，構造物の設計波計算に対しても有効な手段のひとつとして考えられる．

課題としては，境界の値の処理方法や，砕波モデルの組み込み，また孤立波だけでなく規則波の入射に対しても拡張することが必要だと思われる．

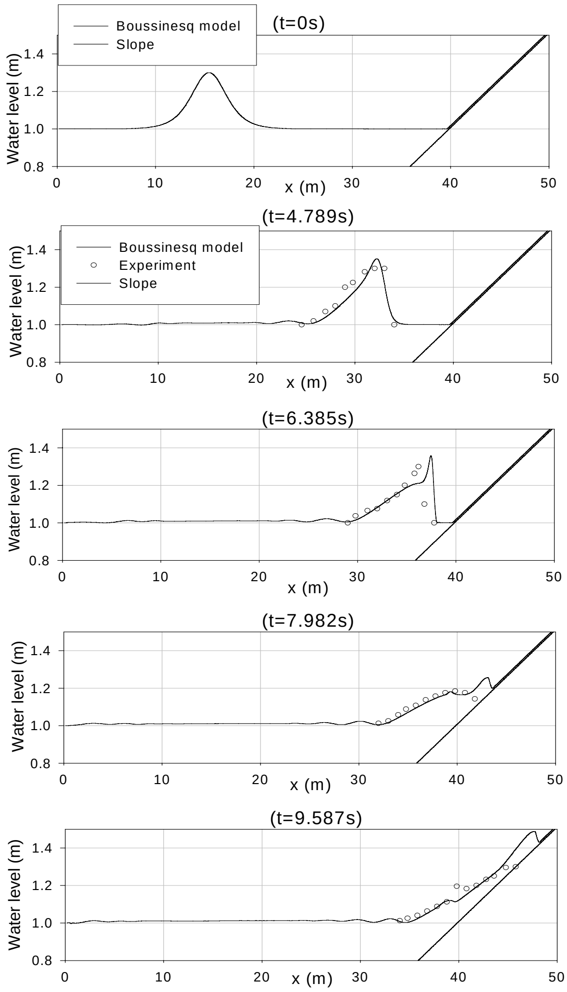

Fig.2 波形の推移

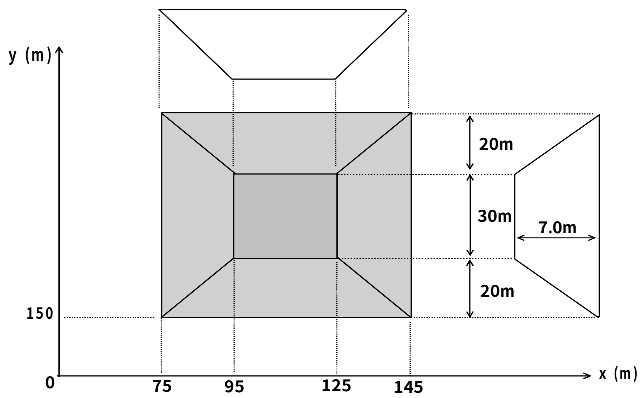

Fig.3 潜堤の形状

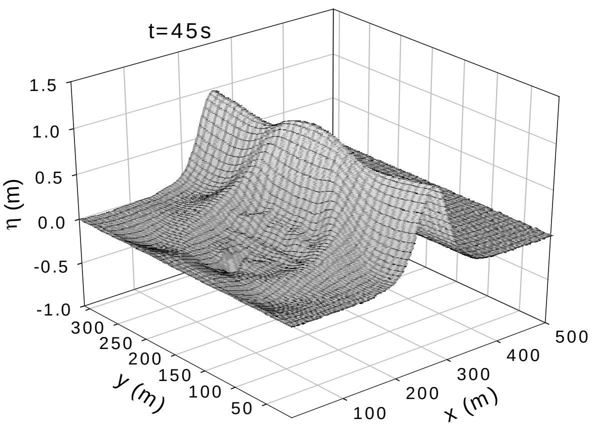

Fig.4 波形の一例

参考文献

1) Stansby, P.K. : Solitary Wave Run-up, Overtopping and Flooding by a Shallow-Water Boussinesq Model, *Coastal Eng.*(submitted).

2) Madsen, P.A. and Sorensen, O.R. : A new form of the Boussinesq equations with improved linear dispersion characterisitics. Part 2. A slowly-varying bathymetry, *Coastal Eng.*,**18**, pp.183-204, 1992.