質量保存を考慮した氾濫解析法の修正に関する検討

中部大学工学部　正 会 員　○武田　誠
中部大学工学部　フェロー　松尾直規
京都大学防災研究所　フェロー　井上和也

１．はじめに　近年，都市型水害の多発に伴い，ハード・ソフト両面の水災対策の整備，見直しが進められている．このような対策を講じるためには，氾濫解析による知見が重要であり，より詳細な氾濫水の挙動の再現を目指して，解析の精緻化，高度化が進められている．本研究では，広く用いられている氾濫解析法について，質量保存の観点からの問題点を明らかにし，その修正法について検討した．

２．質量保存からみた解析法の問題点と修正法　氾濫解析法には，デカルト座標系の平面二次元不定流モデルを用いる．数値解析には流量フラックスを格子の辺に，水深を格子の中央に配置し，陽的解法である Leap-Frog 法を用いる. 時間項には前進差分, 移流項にはドナースキーム, その他の項には中央差分を適用し，Vasiliev の不安定を考慮して底面摩擦項を陰的に取り扱っている．

岩佐・井上・水鳥 [1]によれば，通常の平面二次元不定流モデルに次の３つの条件文を付加することで氾濫解析が行える. ①運動量式の計算において, 辺の隣り合う二つの格子の水深が共に移動限界水深（ここでは, 0. 001m）よりも小さい場合は流量フラックスをゼロとする．②水深が移動限界水深よりも小さい格子では，そこから流出する流れをゼロとする．③連続式の計算により水深がマイナスとなれば，ゼロとする．

ただし，③の条件により質量保存が満足されない場合が生じる．そこで，次のような修正法を加え，質量保存を満足させた．格子内に存在する水量以上流出しないと仮定する．流出流量のみを考慮した連続式は，

$$h_{i,j}^{t+2\Delta t} = h_{i,j}^{t} - \frac{2\Delta t}{\Delta x}\left(M^{*\,t+\Delta t}_{i+1/2,j} - M^{*\,t+\Delta t}_{i-1/2,j}\right) - \frac{2\Delta t}{\Delta y}\left(N^{*\,n+\Delta t}_{i,j+1/2} - N^{*\,n+\Delta t}_{i,j-/2}\right) \tag{1}$$

となる．ここで，格子に流入する場合の M^*， N^* はゼロである．(1)式において， $h_{i,j}^{t+2\Delta t}$ がマイナスになることを避けるために，水深がゼロとなる流量フラックスの低減係数 α が格子で一定であるとすれば，

$$0 = h_{i,j}^{t} - \alpha\left(\frac{2\Delta t}{\Delta x}\left(M^{*\,t+\Delta t}_{i+1/2,j} - M^{*\,t+\Delta t}_{i-1/2,j}\right) + \frac{2\Delta t}{\Delta y}\left(N^{*\,n+\Delta t}_{i,j+1/2} - N^{*\,n+\Delta t}_{i,j-/2}\right)\right) \tag{2}$$

が成り立つ．計算では，水深がマイナスとなる場合に，(2)式から α を求め，格子から流出する流量フラックスに乗じて修正を行うことで質量保存を満足している．

３．数値実験による検証　幅 10m の格子を縦横に 50 個ずつ配置し，周辺の格子を壁として北方の地盤が高い領域を想定し, 2 時間雨を降らせ 10 時間までの浸水過程を計算した. 修正を行わず計算時間ステップ(Δt)を 0.25 秒，0.1 秒とした場合と，修正を行い Δt を 0.25 秒とした場合の３ケースを用い，地盤の勾配を 1/1000, 1/100,1/20,1/10,1/2,1/1 と変化させた．図１に勾配 1/20 の場合の降雨から計算される想定水量と氾濫水量の時間変化を示す．本図では，修正なし Δt =0.25 秒の場合に質量誤差が発生しているが，修正なし Δt =0.1 秒と修正ありの結果は想定水量と一致しており，両者の質量保存からみた妥当性が示された．Δt を小さくした場合は，時間の刻み幅が小さい分だけ細かく計算され，水深がマイナスとなっていない．従って，この種の問題を解決するためには，Δt を小さくすることが一つの方法である．しかし，Δt を小さくする分だけ計算時間が増大するため，計算効率が低下する．低平地を対

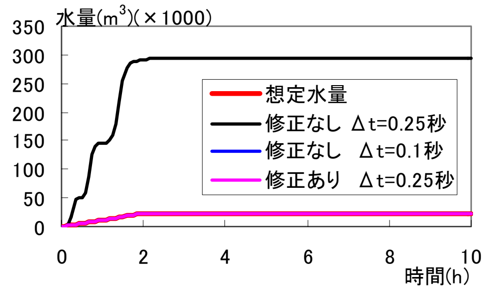

図１　氾濫水量の時間変化

キーワード：氾濫解析，質量保存，安定性，数値解析

連絡先：中部大学，〒487-8501，愛知県春日井市松本町 1200，TEL 0568-51-1111，FAX 0568-52-0134

象とした氾濫解析の場合，急勾配箇所は局所的である場合が多く，全体的な計算効率の面からも本修正法は有効であろう．また，勾配 1/2 と 1/1 の場合は，Δt を小さくしても質量誤差が生じ，修正されないことが示された．

計算終了時の勾配毎の水量を示した図２から，地盤勾配により質量誤差が異なることが分かる．質量誤差は，連続式を解くときにマイナスの水深が計算されることから生じるものであり，勾配の増加と共に大きく現れ，また，勾配 1/20 では質量誤差が生じる状況が強く現れたものと考える．勾配 1/2 と 1/1 の修正なし Δt =0.25 秒の場合には計算が不安定となり途中で終了した．これは，質量誤差に伴い水深が増大し安定条件を満たさなかったためと考える．ところで，氾濫解析マニュアル[2)]では対象勾配として 1/300～1/10000 を想定しており，本計算結果からみれば，その場合の質量誤差は生じにくいと考えられる．しかし，今後より詳細な氾濫解析を行う場合には地形の凹凸を再現する必要があるため，質量誤差に注意する必要があろう．

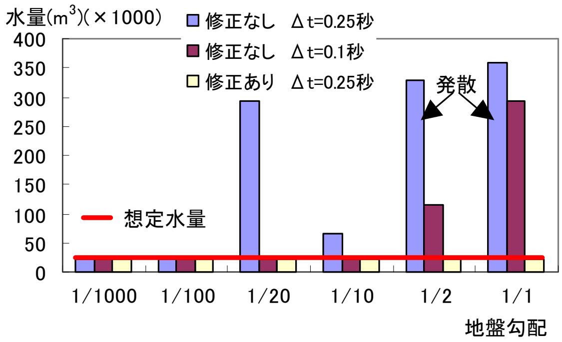

図２　計算終了時の氾濫水量

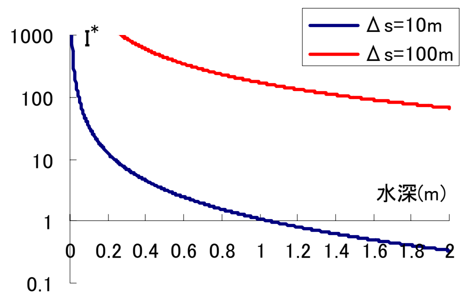

図３　水深と I^* の関係

４．計算の安定性に関する検討　　計算の安定条件（ＣＦＬ条件）を示せば，$\dfrac{\Delta s}{2\Delta t} > \sqrt{2gh} + V$，$\Delta s = \Delta x = \Delta y$，$g$：重力加速度，$h$：水深，$V$：流速となる．流速にマニングの平均流速公式を適用すれば，$\dfrac{\Delta s}{2\Delta t} > \sqrt{2gh} + \dfrac{1}{n} h^{2/3} I^{1/2}$ となり，勾配 I で整理すれば $I < I^*$，$I^* = \dfrac{n^2}{h^{4/3}}\left(\dfrac{\Delta s}{2\Delta t} - \sqrt{2gh}\right)^2$ となる．図３に，Δs =10m，Δt =0.25 秒，マニングの粗度係数 n =0. 067 とした場合の水深による I^* の変化を示す．本図から安定条件における目安が分かり，例えば，斜面における浸水深が 10cm であれば I=33 以下の地盤勾配であれば計算可能であることを示している．したがって，本計算では斜面流における浸水深が 10cm 以下であることから，全ての場合に安定条件を満たしている．下流端にノイマン型（勾配=0）の境界条件を設定した場合，全ての計算が安定に終了したことから，上記の安定条件が適用できる可能性があり，今後数値実験を重ねて詳細について検討していきたい．また，ノイマン型の境界条件を用い地盤勾配を場所毎に変化させた計算では質量誤差が生じた．従って，氾濫解析の不安定の機構として，勾配が急な箇所で隣り合う水深が異なる場合に質量誤差が生じる可能性があり，その場合水深が大きくなるため図３の安定条件を満足せず不安定になるものと考える．下流端を壁とした**３．**の計算も，この機構により発散したものと考えている．また，図３には Δs =100m の場合も併記している．広い領域を対象とする場合，計算容量，計算時間の点から Δs は少なくとも 100m 以上の値が取られ，一般には勾配 10 以下の場所であるから，質量誤差が生じなければＣＦＬ条件は満足される．従って，ここで示した修正法を適用することにより，山地から低平地までの解析に氾濫解析法が応用できるものと期待される．

５．おわりに　　本研究では，質量保存の観点から氾濫解析法の問題点を明らかにし，その修正法を提案した．また，計算の安定性の観点から，氾濫解析法が山地などに適用できる可能性があることも示した．現在，山地部を含んだ氾濫解析が実施されているが，その全ては kinematic wave 法などの流出解析と氾濫解析を結合してモデル化されている．斜面流に氾濫解析法を適用する水工学的利点は少ないかもしれないが，統一的な解析法の開発を目指し検討を進めている．

参考文献　1)岩佐義朗･井上和也･水鳥雅文：氾濫水の水理の数値解析法，京都大学防災研究所年報第 23 号 B-2, pp.305-317,1980.　2)栗城稔･末次忠司･小林裕明：氾濫シミュレーション・マニュアル（案），土木研究所資料，第 3400 号,p.9,1996.