当り外れのモンテカルロ法による構造信頼性評価に対する基礎的検討

阿南工業高等専門学校　正会員　松保明憲

１．まえがき　当り外れのモンテカルロ法は、一般的に、計算量を多く必要とし、計算精度も余り良くないと言われている。しかし、適用範囲が広く、複雑な問題を対象とする場合にも当り外れのモンテカルロ法は有効である。著者はこのような観点から、当り外れのモンテカルロ法を効率化する手法を提案し、その有効性を示した[1)]。本研究では、そのような方法の基礎となる当り外れのモンテカルロ法について検討を加える。具体的には、土木構造物システムの静的信頼性評価および動的信頼性評価の問題を考える。数値計算例としては、現行設計されたトラス構造物の静的信頼性評価と、線形１自由度質点系の初通過確率の算定を行う。

２．構造物の静的信頼性評価　典型的な構造部材である棒部材を考える。棒部材強度をＲ、部材軸方向力をＳとし、ＳもＲもある確率特性に従うものとする。このとき、計算機内でＳとＲとを統計データに従って同時発生させ、これをＮ回繰り返した場合、そのうちｎ回が限界状態Ｒ≦Ｓを満たしたならば、その限界状態確率は近似的に$P_f \fallingdotseq n/N$である。このような当り外れのモンテカルロ法(以下、ＨＭＭＣ法)を簡単に効率化するには、Ｓ、Ｒ等の基本変数の抽出において、解析上必要かつ重要である低頻度領域からの数値を集中的に抽出する方法(低頻度領域集中抽出法)がある。限界状態をＮ’倍抽出し易く（Ｎ’：抽出倍率）すれば、実試行回数のＮ’倍の試行回数を実施した効果を期待でき、$P_f \fallingdotseq n/(NN')$と評価できる。限界状態をＮ’倍抽出し易くするには、Prob.［Ｒ≦Ｓ］＝$1/N'$を満たすＲとＳを用いれば良い。また、限界状態Ｒ≦Ｓの再現には試行１回で乱数２つが必要だが、そのうち大きい方にＳ，小さい方にＲを対応させれば、さらに２倍の効率化が可能である（大小関係対応抽出法)。なお、本研究では正規変数のＳとＲを仮定する。乱数は、ボックス･マラー法と棄却法とを組合せ､低頻度領域の乱数発生を改良した渋谷氏による改良型乱数を用いる。

３．静的信頼性評価の例　図１に示す 27 部材で構成される下路形式のトラス橋の信頼性評価を行う。本橋は、Ａ活荷重、支間Ｌ=50m、幅員 6m、使用鋼材 SM400 の条件で現行設計されている[2)]。解析では、最も危険な活荷重状態として、上下線それぞれの中央に大型トレーラー２台づつ（合計４台）が作用する場合を仮定した。大型トレーラー１台当たりの重量は、交通流実態調査結果を参考にして平均 10.5tf、分散 $50.5tf^2$ とし、正規分布するものとする。また、各部材間の強度σ_Rは完全相関を仮定し、引張部材強度は、許容引張応力度σ_{ta}=140 N/㎜^{2}を平均、0.1 を変動係数に有する正規分布に従うものとする。圧縮部材の場合は、平均として次式[2)](l/r は細長比)の許容圧縮応力度σ_{ca}を持ち、変動係数 0.1 を有する正規分布を仮定する：

σ_{ca} =140 (l/r≦18)、 σ_{ca} =140−0.82(l/r−18) (18＜l/r＜92)、 σ_{ca} =1200000/[6700+(l/r)^2] (l/r≧92)

各部材の作用応力σ_Sがその部材の強度σ_Rを超過する場合を部材の限界状態と考え、構成部材の一つでも限界状態になれば構造系全体の限界状態となるとして、構造系の限界状態確率P_fを評価した。結果を表１～４に示す。N’=100 とした。表中、ρはP_fの変動係数である。表より効率化の効果を確認することができる。

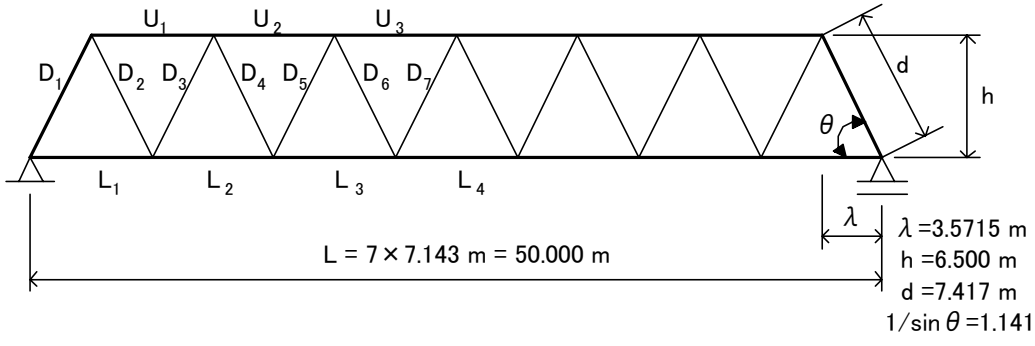

図１　27 部材ワーレントラス橋

Key word：当り外れ、モンテカルロ法、構造信頼性　連絡先：〒774-0017 見能林町青木 Tel.0884-23-7100

表１　通常HMMC法による構造系の信頼性評価

試行回数	確定強度の場合		不確定強度の場合	
	P_f	ρ	P_f	ρ
100	0.00e+00	－	0.00e+00	－
1000	1.00e-03	1.00e+00	3.00e-03	5.77e-01
10000	1.90e-03	2.29e-01	2.30e-03	2.08e-01
100000	2.14e-03	6.83e-02	2.69e-03	6.09e-02
1000000	2.01e-03	2.23e-02	2.54e-03	1.98e-02
10000000	2.04e-03	7.00e-03	2.54e-03	6.26e-03

表２　低頻領域抽出と対応抽出の両方による評価

試行数	確定強度の場合		不確定強度の場合	
	P_f	ρ	P_f	ρ
10	9.33e-04	3.29e+00	9.33e-04	3.29e+00
100	1.86e-03	7.33e-01	2.20e-03	6.75e-01
1000	2.12e-03	2.17e-01	2.38e-03	2.05e-01
10000	2.05e-03	6.99e-02	2.32e-03	6.56e-02
100000	2.03e-03	2.21e-02	2.30e-03	2.08e-02
1000000	2.04e-03	7.00e-03	2.30e-03	6.58e-03

表３　大小関係対応抽出法のみによる信頼性評価

試行回数	確定強度の場合		不確定強度の場合	
	P_f	ρ	P_f	ρ
100	1.04e-02	3.09e-01	1.04e-02	3.09e-01
1000	1.47e-03	2.60e-01	2.95e-03	1.84e-01
10000	1.78e-03	7.48e-02	2.33e-03	6.55e-02
100000	2.31e-03	2.08e-02	2.81e-03	1.88e-02
1000000	2.06e-03	6.97e-03	2.56e-03	6.24e-03

表４　低頻度領域集中抽出法のみによる信頼性評価

試行数	確定強度の場合		不確定強度の場合	
	P_f	ρ	P_f	ρ
10	1.30e-03	2.78e+00	1.96e-03	2.27e+00
100	1.75e-03	7.56e-01	1.94e-03	7.17e-01
1000	2.12e-03	2.17e-01	2.48e-03	2.01e-01
10000	2.09e-03	6.90e-02	2.40e-03	6.44e-02
100000	2.04e-03	2.21e-02	2.36e-03	2.06e-02

表５　試行回数の結果への影響

試行数	P_f	ρ
200	0.0250	0.442696
400	0.0250	0.312641
600	0.0233	0.264345
800	0.0275	0.210380
1000	0.0250	0.197583

表６　周波数分割数の影響

分割数	P_f	ρ
200	0.0250	0.442696
400	0.0250	0.442696
600	0.0250	0.442696
800	0.0200	0.496217
1000	0.0450	0.326564

表７　時間分割数の結果への影響

分割数	P_f	ρ
80	0.0100	0.705328
90	0.0150	0.574442
100	0.0250	0.442696
200	0.0250	0.442696
300	0.0250	0.442696

表８　効率化法によるP_fの算定と、その周波数分割数による影響（MT乱数：メルセンヌ・ツイスター）

周波数の分割数	負相関法とMT乱数との併用		MT乱数の援用		負相関法	
	P_f	ρ	P_f	ρ	P_f	ρ
400	0.0325	0.273148	0.0300	0.403087	0.0250	0.312641
600	0.0225	0.329975	0.0300	0.403087	0.0200	0.350438
800	0.0350	0.262871	0.0250	0.442696	0.0200	0.350438
1000	0.0200	0.350438	0.0150	0.574442	0.0325	0.273148
1500	0.0450	0.230626	0.0500	0.308994	0.0250	0.312641

４．構造物の動的信頼性評価　HMMC法は、非線型、劣化等の如何に関係無く初通過確率P_f=1−Rの算定にも有効である。Rは時刻ｔと共に変動する着目応答量X(t)が継続時間T中に常に閾値を超過しない確率である。X(t)の確率特性を持つ標本関数をN個発生[3]させ初通過回数ｎを観測すれば$P_f \fallingdotseq n/N$で評価できる。

５．動的信頼性評価の例　金井−多治見の地動加速度過程モデルを受ける線形１自由度質点系を考え、変位応答スペクトル値U_s=4.0cm時のP_fの計算を、T=9.294s、S_0=37.801cm^2/s^3(基盤での地震動外乱を白色雑音でモデル化した時のそのスペクトル密度)、ω_g=20.256rad/s(地盤の固有円振動数)、ζ_g=0.321(地盤の減衰定数)、ζ_s=0.05(系の減衰定数)、ω_s=12.566rad/s(系の固有円振動数)の条件下で行う。スペクトル密度$S_g(\omega)$の金井−多治見モデルが作用する系の応答のスペクトル密度$S(\omega)=|H(i\omega)|^2 S_g(\omega)$(Hは伝達関数)を用い、10c/sまでの周波数分割数400、試行回数200、時間分割数200を基本条件として応答標本関数を発生させた。結果を表５～８に示す。Vanmarcke評価式[3]ではP_f=0.035810となった。表８より効率化の効果が確認できる。

参考文献　1)松保,第57回年講,I-047,2002. 2)橘:橋梁工学,共立,2000. 3)星谷:確...動解析, 鹿島出版会, 1974.