免震用積層ゴムの挙動シミュレーション

日本大学理工学研究科土木工学専攻　学生会員　○小南雄一郎
日本大学理工学部土木工学科　　正会員　　塩尻弘雄

1. 研究の目的と意義

従来積層ゴムの性能は模型実験を行うことにより確認してきたが、手間と費用の削減を考慮した場合、コンピューター上で挙動シミュレーションを行う CAE が望ましい。しかし、通常の有限要素法はかなりの計算量を必要とする。

そこで、より簡易に精度の高い計算の可能な積層ゴムの挙動シミュレーションプログラムを開発し、解析の信頼性と有効性について考察する。

2. 解析方法

ゴムの変形テンソル第 1、第 2、第 3 の不変量を I_1、I_2、I_3として、$\hat{I}_1$、$\hat{I}_2$を次のように定義する。

$$
\begin{aligned}
I_1 &= \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 \\
I_2 &= \lambda_2^2\lambda_3^2 + \lambda_3^2\lambda_1^2 + \lambda_1^2\lambda_2^2 \\
I_3 &= \lambda_1^2\lambda_2^2\lambda_3^2
\end{aligned}
\quad \cdots(1)
$$

$$
\begin{aligned}
\hat{I}_1 &= I_1/(I_3)^{\frac{1}{3}} \\
\hat{I}_2 &= I_2/(I_3)^{\frac{2}{3}}
\end{aligned}
\quad \cdots(2)
$$

ここで、λ_iは伸張比である。

せん断歪みと体積歪みは、発生のメカニズムが全く異なるため独立として考える。せん断歪みエネルギー関数を$W_{B(\hat{I}_1,\hat{I}_2)}$、$I_3$による付帯条件式を$f_{(I_3)}$、圧力 P によるコンプリメンタルエネルギーを $g_{(P)}$とすると混合型の定式化において歪みエネルギー関数 W は次のようになる

$$
W = W_B(\hat{I}_1, \hat{I}_2) + f(I_3)P - g(P) \quad \cdots(3)
$$

ここで $f(I_3) = \sqrt{I_3} - 1$

変位と圧力をそれぞれ独立した変数とし、仮想仕事の原理を適用する（ 式(4)、(5) ）。グリーンの歪みテンソルγ_{ij}において$\bar{\gamma}_{ij}$は線形部分を、$\hat{\gamma}_{ij}$は非線形部分を表す。

$$
\begin{aligned}
&\int_{v_0} D_{ijkl}\Delta\bar{\gamma}_{kl}\delta\Delta\bar{\gamma}_{ij}dv + \int_{v_0} t_{ij}\delta\Delta\hat{\gamma}_{ij}dv + \int_{v_0} t_{ij}\delta\Delta\bar{\gamma}_{ij}dv \\
&-2\int_{v_0} c_{ij}^{-1}\frac{\partial f_{(I_3)}}{\partial I_3} I_3\Delta P\delta\Delta\bar{\gamma}_{ij}dv = 0
\end{aligned}
\quad \cdots(4)
$$

$$
\begin{aligned}
&\int_{v_0} \frac{\partial^2 g_{(P)}}{\partial P^2}\Delta P\delta\Delta P dv + \int_{v_0} \frac{\partial g_{(P)}}{\partial P}\delta\Delta P dv \\
&+2\int_{v_0} \frac{\partial f_{(I_3)}}{\partial I_3} I_3 c_{ij}^{-1}\Delta\bar{\gamma}_{ij}\delta\Delta P dv + \int_{v_0} f_{(I_3)}\delta\Delta P dv = 0
\end{aligned}
\quad \cdots(5)
$$

式(5)における 4 階のテンソルD_{ijkl}はゴムを超弾性体と見なして、式(6)で表されるものとする。

$$
D_{ijkl} = \frac{\partial^2 W_B}{\partial\gamma_{kl}\partial\gamma_{ij}} - 2\frac{\partial}{\partial\gamma_{kl}}\left[c_{ij}^{-1}\frac{\partial^2 f_{(I_3)}}{\partial I_3} I_3 P\right] \quad \cdots(6)
$$

各層のゴム、鋼板を水平方向に分割する。鋼板は曲げせん断変形を考え、たわみと回転角を区分多項式により近似する。ゴムについては上下縁での変位、圧力の境界値を 1 次式で内挿したものを境界値内挿項、上下縁でゼロになるようにフーリエ級数を用い内挿したものを内部項とし、両者を足し合わせることにより全体内挿関数とする。結局、ゴム内部の変位と圧力を式(7)のように表わせる。式中の s、tt は物質座標（s：鉛直、tt：水平方向）、u は水平変位、v は鉛直変位、p は圧力を表す。また、Hは鋼板の厚さ、aはゴム一層の厚さ、b は要素の幅を表し、各層における上下縁での節点を I、J とすると、C_{Ii}、C_{Ji}、ϕ_{0I}、ϕ_{0J}、d_{Ii}、d_{Ji}、b_{MN} c_{MN}、e^I_n、e^J_n、e_{MN}は未知数となる。

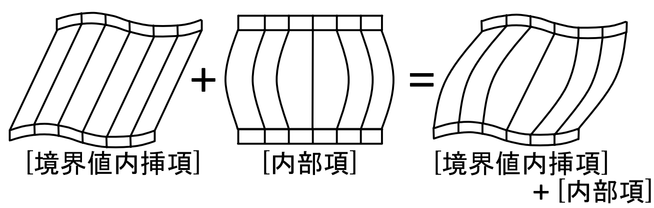

図 1：内挿関数詳細

キーワード：積層ゴム、有限要素法、数値解析
連絡先　：〒101-8303 東京都千代田区神田駿河台 1-8-14 日本大学大学院理工学研究科 電話/FAX：03-3259-0876

$$u_{(t,s)}=\left[\begin{array}{l}\dfrac{a-s}{a}\left\{u_{xI}-tt(1-\cos\phi_{0I})+u_I\sin\phi_{0I}-\dfrac{H}{2}\sin\phi_I\right\}\\+\dfrac{s}{a}\left\{u_{xJ}-tt(1-\cos\phi_{0J})+u_J\sin\phi_{0J}+\dfrac{H}{2}\sin\phi_J\right\}\end{array}\right]+\left[\sum_{m=1}^{m}\sin\frac{m\pi s}{a}\left\{\begin{array}{l}UM(m,j)\dfrac{tt}{b_j}+UM(m,j-1)\dfrac{b_j-tt}{b_j}\\+\displaystyle\sum_{k=0}^{NJU(j)-2}b_j(k,m)\dfrac{tt(l_j-tt)\left(tt/b_j\right)^k}{b_j^{\,2}}\end{array}\right\}\right]$$

$$v_{(t,s)}=\left[\begin{array}{l}\dfrac{a-s}{a}\left\{u_{yI}-tt\sin\phi_{0I}+u_I\cos\phi_{0I}+\dfrac{H}{2}(1-\cos\phi_I)\right\}\\+\dfrac{s}{a}\left\{u_{yJ}-tt\sin\phi_{0J}+u_J\cos\phi_{0J}-\dfrac{H}{2}(1-\cos\phi_J)\right\}\end{array}\right]+\left[\sum_{m=1}^{m}\sin\frac{m\pi s}{a}\left\{\begin{array}{l}VM(m,j)\dfrac{tt}{l_j}+VM(m,j-1)\dfrac{b_j-tt}{b_j}\\+\displaystyle\sum_{k=0}^{NJU(j)-2}c_j(k,m)\dfrac{tt(l_j-tt)\left(tt/b_j\right)^k}{b_j^{\,2}}\end{array}\right\}\right]$$

$$p_{(t,s)}=\left[\begin{array}{l}\dfrac{a-s}{a}\left\{PM(I,j)\dfrac{tt}{b_j}+PM(I,j-1)\dfrac{b_j-tt}{b_j}+\displaystyle\sum_{k=0}^{NJP(j)-2}e_{Ij}(I,j,k)\dfrac{tt(b_j-tt)\left(tt/b_j\right)^k}{b_j^{\,2}}\right\}\\+\dfrac{s}{a}\left\{PM(J,j)\dfrac{tt}{b_j}+PM(J,j-1)\dfrac{b_j-tt}{b_j}+\displaystyle\sum_{k=0}^{NJP(j)-2}e_{Jj}(J,j,k)\dfrac{tt(b_j-tt)\left(tt/b_j\right)^k}{b_j^{\,2}}\right\}\end{array}\right]+\left[\sum_{m=1}^{m}\sin\frac{m\pi s}{a}\left\{\begin{array}{l}PM(m,j)\dfrac{tt}{b_j}+PM(m,j-1)\dfrac{b_j-tt}{b_j}\\+\displaystyle\sum_{k=0}^{NJP(j)-2}e_j(k,m)\dfrac{tt(b_j-tt)\left(tt/b_j\right)^k}{b_j^{\,2}}\end{array}\right\}\right]\quad\cdots(7)$$

3. 解析の対象

橋梁に多用される四辺形断面の積層ゴムを解析の対象とする(図 2)。支圧面の平面寸法 20×20cm、ゴム層総数 1、ゴム厚 1cm、鋼板枚数 2、鋼板厚 0.6cm とし、圧縮応力 1.96MPa をかけた後、水平方向に最大強制変位 4cm を与える。

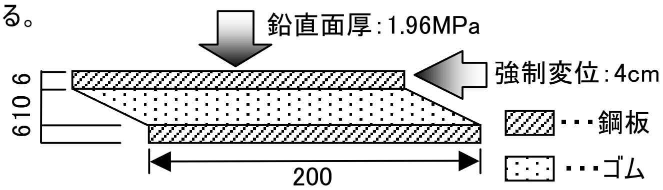

図 2：解析方法

解析モデルには以下のモデルを用いる。

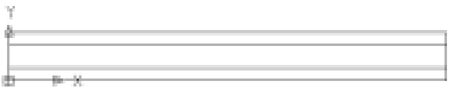

図 3：一層一要素モデル A（全自由度 62）

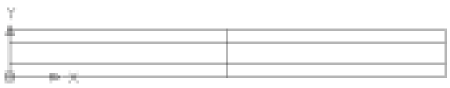

図 4：一層二要素モデル B（全自由度 59）

図 5：一層四要素モデル C（全自由度 220）

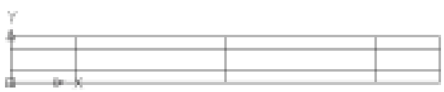

図 6：一層四要素モデル D（全自由度 220）

4. 解析結果

解析結果を図 7、図 8 に示す。モデルの差が大きく現れるのは鉛直歪みであり、大きな鉛直歪みを得るモデルがより正確と考えられる。ここで、水平・鉛直歪みは水平・鉛直方向の変位とゴムの総厚さとの比を表す。

図7はそれぞれ同程度の自由度を有する場合の、要素分割による影響を検討した。同程度の自由度でも要素を分割しているモデル B の方が鉛直歪みが大きい。

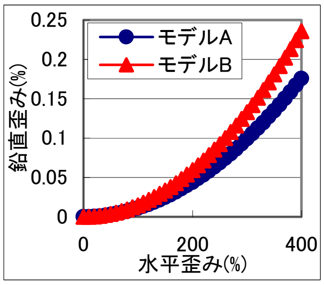

図 7：鉛直歪みの比較

図 8 はそれぞれ同一の自由度、同一の分割数で、メッシュ間隔の影響について検討した。端部を細かく切っているモデル D の方が鉛直歪みが大きい。端部は歪みが大きく、その部分を細かく分割したためだと考えられる。

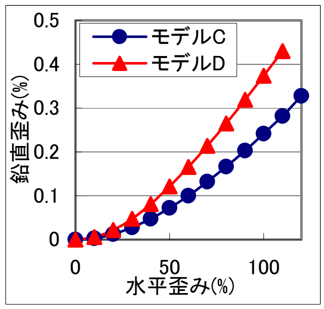

図 8：鉛直歪みの比較

5. まとめ

今回開発したプログラムは、内挿関数を区分多項式とし、区分の数、内挿関数の次数、各区分の寸法を変化させることにより精度の高い解析が出来る。