

接着層および計測装置を有する三次元異方性岩盤の解析解

山梨大学大学院	学生会員	○種	健
群馬高専	正会員	黒瀬	雅詞
山梨大学大学院	正会員	平島	健一
松江高専	正会員	浜野	浩幹

1. 緒言

円柱状の計測装置を岩盤内部に埋設し、応力解放法によって周辺の2次主応力を測定することが行なわれている。この場合、測定データから円柱状の介在物の影響のない位置での1次主応力を求める必要がある。

著者らの一人は、剛性を有する円柱埋設型計測装置が三次元異方性弾性体の岩盤に設置された場合の上述の問題に関する解析解を導出し、具体的な数値計算例によってその妥当性を検証している¹⁾。

なお、そこでは岩盤と計測装置の二層問題として取り扱われているが、厳密には、接着層（緩和層）の影響を取り込んだ解析を行なうことが必要である。

そこで本論文では、岩盤、接着層および計測装置の三層からなる弾性体の逆解析問題を取り扱う前に、計測装置の寸法に比して十分遠方より1次主応力が作用する場合の順解析解と数値例を提示する。

2. 解析方法

図-1のように、岩盤の弾性主軸に対して傾斜した座標系 (x, y, z) を考える（ z 軸は計測装置の軸方向に一致しているとするとする）。また、三層ともに弾性体であることから、図-1(a)は図-1(b)~(d)のように分解可能である。

平面ひずみ状態を仮定すると、三次元直交異方性弾性体の構成方程式は、次式で与えられる。

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} & \beta_{14} & \beta_{15} & \beta_{16} \\ \beta_{12} & \beta_{22} & \beta_{24} & \beta_{25} & \beta_{26} \\ \beta_{14} & \beta_{24} & \beta_{44} & \beta_{45} & \beta_{46} \\ \beta_{15} & \beta_{25} & \beta_{45} & \beta_{55} & \beta_{56} \\ \beta_{16} & \beta_{26} & \beta_{46} & \beta_{56} & \beta_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} + \frac{1}{a_{33}} \begin{Bmatrix} a_{13} \\ a_{23} \\ a_{34} \\ a_{35} \\ a_{36} \end{Bmatrix} \varepsilon_z \quad \text{.....(1)}$$

ここに、 β_{ij} は異方性弾性体の弾性コンプライアンス a_{ij} より定められる値である。

物体力を無視した場合の釣合方程式は次式となる。

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial y} = 0. \quad \text{.....(2)}$$

幾何学関係式は、次式によって記述できる。

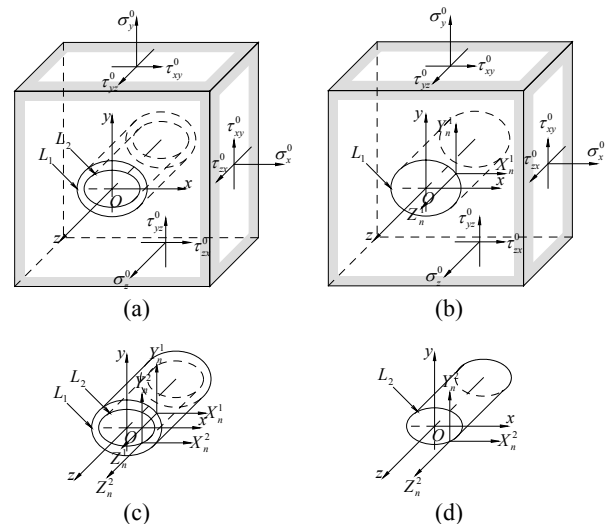


図-1 問題の設定

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x}, \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}, 2\omega_{xy} = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}, \\ \varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y}, \gamma_{yz} = \frac{\partial w}{\partial y}, 2\omega_{yz} = \frac{\partial w}{\partial y}, \\ \varepsilon_z &= \frac{\partial w}{\partial z}, \gamma_{zx} = \frac{\partial w}{\partial x}, 2\omega_{zx} = -\frac{\partial w}{\partial x}. \end{aligned} \right\} \quad \text{.....(3)}$$

上式から導かれる変位の適合条件により、場の支配方程式は岩盤が式(4)、接着層と計測装置が式(5)となる。

$$(L_4 L_2 - L_3^2) F = 0, \quad (L_4 L_2 - L_3^2) \psi = 0. \quad \text{.....(4)}$$

$$\nabla^2 \nabla^2 \tilde{F} = 0, \quad \nabla^2 \tilde{\psi} = 0. \quad \text{.....(5)}$$

ここに、岩盤は式(6)、接着層と計測装置は式(7)で表わされるような複素応力関数で求められる。

$$\left. \begin{aligned} F &= 2 \operatorname{Re}[F_1(z_1) + F_2(z_2) + F_3(z_3)], \\ \psi &= 2 \operatorname{Re}[\lambda_1 F'_1(z_1) + \lambda_2 F'_2(z_2) + \frac{1}{\lambda_3} F'_3(z_3)]. \end{aligned} \right\} \quad \text{.....(6)}$$

$$\left. \begin{aligned} \tilde{F} &= \operatorname{Re}[\bar{\omega}(\bar{\zeta})\phi(\zeta) + \psi(\zeta)], \\ \tilde{\psi} &= \operatorname{Im}[\Omega(\zeta)]. \end{aligned} \right\} \quad \text{.....(7)}$$

媒体における合応力、変位式は次の関数：

$$\phi_k(z_k) = F'_k(z_k) \quad (k=1,2), \quad \phi_3(z_3) = \frac{1}{\lambda_3} F'_3(z_3). \quad \text{.....(8)}$$

の導入により次式で記述できる。

キーワード 三次元異方性、接着層、三層問題、順解析

連絡先 〒400-8511 山梨県甲府市武田 4-3-11 山梨大学大学院工学研究科社会・情報システム工学専攻 TEL 055-220-8562

$$\left. \begin{aligned} P_x &= 2 \operatorname{Re}[\mu_1 \phi_1(z_1) + \mu_2 \phi_2(z_2) + \mu_3 \lambda_3 \phi_3(z_3)], \\ P_y &= -2 \operatorname{Re}[\phi_1(z_1) + \phi_2(z_2) + \lambda_3 \phi_3(z_3)], \\ P_z &= 2 \operatorname{Re}[\lambda_1 \phi_1(z_1) + \lambda_2 \phi_2(z_2) + \phi_3(z_3)]. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(9)$$

$$\left. \begin{aligned} u &= 2 \operatorname{Re} \left[\sum_{k=1}^3 p_k \phi_k(z_k) \right] - \omega_z y + u_0, \\ v &= 2 \operatorname{Re} \left[\sum_{k=1}^3 q_k \phi_k(z_k) \right] + \omega_z x + v_0, \\ w &= 2 \operatorname{Re} \left[\sum_{k=1}^3 r_k \phi_k(z_k) \right] + w_0. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(10)$$

ここに、 $\mu_k, \lambda_k, p_k, q_k$ および r_k は異方性弾性体の弾性コンプライアンスにより定まる複素定数である。

接着層と計測装置については次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \pm P_y &= \operatorname{Re}[\bar{\phi}(\bar{\zeta}) + \bar{\omega}(\bar{\zeta}) \phi^I(\zeta) + \psi^I(\zeta)], \\ \pm P_x &= \operatorname{Im}[\bar{\phi}(\bar{\zeta}) + \bar{\omega}(\bar{\zeta}) \phi^I(\zeta) + \psi^I(\zeta)], \\ \pm P_z &= \operatorname{Im}[\Omega(\zeta)]. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(11)$$

$$\left. \begin{aligned} 2G \cdot u &= \operatorname{Re}[\kappa \bar{\phi}(\bar{\zeta}) - \bar{\omega}(\bar{\zeta}) \phi^I(\zeta) - \psi^I(\zeta)], \\ 2G \cdot v &= -\operatorname{Im}[\kappa \bar{\phi}(\bar{\zeta}) - \bar{\omega}(\bar{\zeta}) \phi^I(\zeta) - \psi^I(\zeta)], \\ G \cdot w &= \operatorname{Re}[\Omega(\zeta)]. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(12)$$

G は横弾性係数、 κ はポアソン比で定まる定数である。

3. 解析解の導出

図-1(b)の岩盤に対しては、一様応力場に次式の複素応力関数を重ね合わせる。

$$\phi_k(z_k) = \sum_{n=1}^{\infty} [C_{ak} \bar{a}_n + C_{bk} \bar{b}_n + C_{ck} \bar{c}_n] \zeta_k^{-n} \quad (k=1,2,3). \dots\dots\dots(13)$$

一方、図-1(c)の接着層、図-1(d)の計測装置に対する複素応力関数はそれぞれ式(14)および式(15)の形をとる。

$$\left. \begin{aligned} \phi^R(\zeta) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n^R \zeta^n, \quad \psi^R(\zeta) = K^R \ln \zeta + \sum_{n=-\infty}^{\infty} B_n^R \zeta^n, \\ \Omega^R(\zeta) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n^R \zeta^n. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(14)$$

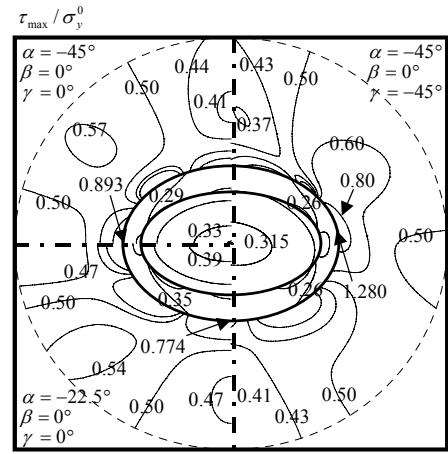
$$\left. \begin{aligned} \phi^I(\zeta) &= \sum_{n=0}^{\infty} A_n^I \left\{ \zeta^n + (m/\zeta)^n \right\}, \quad \psi^I(\zeta) = \sum_{n=0}^{\infty} B_n^I \left\{ \zeta^n + (m/\zeta)^n \right\}, \\ \Omega^I(\zeta) &= \sum_{n=0}^{\infty} C_n^I \left\{ \zeta^n + (m/\zeta)^n \right\}. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(15)$$

ところで、図-1(a)の各々の境界を完全結合と仮定すると境界条件は次式で与えられる。

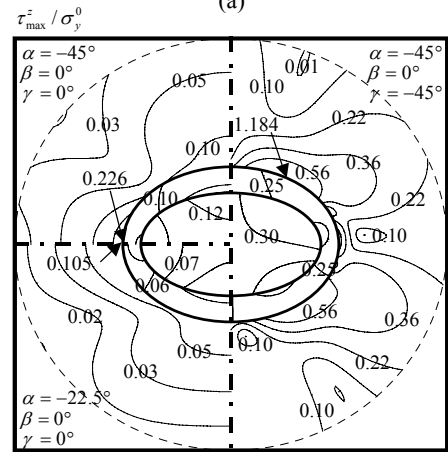
$$\left. \begin{aligned} P_x^M &= -P_x^R, \quad P_y^M = -P_y^R, \quad P_z^M = -P_z^R, \\ u^M &= u^R, \quad v^M = v^R, \quad w^M = w^R, \end{aligned} \right\} \text{on } L_1. \dots\dots\dots(16)$$

$$\left. \begin{aligned} P_x^R &= -P_x^I, \quad P_y^R = -P_y^I, \quad P_z^R = -P_z^I, \\ u^R &= u^I, \quad v^R = v^I, \quad w^R = w^I, \end{aligned} \right\} \text{on } L_2. \dots\dots\dots(17)$$

岩盤、接着層および計測装置の複素応力関数を式(9)~(12)に順次適用し、これらを式(16),(17)に代入すれば、各々の複素応力関数の未定係数に関する無限連立一次方程式（永年方程式）が得られ、これを適切な処置を施して解くことにより所定の問題の解が得られる。



(a)



(b)

図-2 弾性主軸が任意傾斜した場合の τ_{max} の等高線

4. 数値計算例

一例として、遠方での原位置主応力 σ_y^0 のみが作用する場合の τ_{max} の等高線を図-2 に示す。岩盤、接着層および計測装置の弾性定数は以下のように与えた。

岩盤： $E_1 = 5E_2 = E_3 = 1.0 \times 10^4 \text{ N/mm}^2$, $\nu_{12} = \nu_{32} = \nu_{31} = 0.30$

接着層： $E_0^R = 1.0 \times 10^3 \text{ N/mm}^2$, $\nu_0^R = 0.30$

計測装置： $E_0^I = 2.0 \times 10^3 \text{ N/mm}^2$, $\nu_0^I = 0.30$

図中の α, β, γ は弾性主軸の傾きを表わすパラメータであるが、いずれも面外傾斜角 α が非ゼロのため、面外方向の最大せん断応力 τ_{max}^* の連成を確認できる。

5. 結言

岩盤、接着層および計測装置の三層からなる弾性体に無限遠より荷重が作用する場合の順解析結果を提示した。岩盤を等方性に縮退させると既往の解に一致することが確認されている。詳細については発表会当日に報告する。

参考文献

- 1) 平島健一，浜野浩幹：測定用の円柱状埋設物による異方性弾性地山の初期（変動）応力の解析理論，土木学会論文集，第 406 号/III-11，pp.175~184，1989.