

高精度四面体要素を用いたフリーメッシュ法による弾性応力解析

琉球大学 正会員 ○山城 建樹 琉球大学 正会員 松原 仁
 琉球大学 正会員 伊良波 繁雄 琉球大学 正会員 富山 潤
 東京大学 正会員 矢川 元基

1. 目的

有限要素法（FEM）やフリーメッシュ法¹⁾（FMM）などの解析精度は使用要素に極めて依存し、3次元 FMM では要素分割の制約条件から四面体一次要素を主に用いている。しかし、四面体一次要素は解析対象によっては精度上の問題がある。

そこで本論文では、筆者等が開発した回転自由度を有する4節点四面体要素を用いて種々の弾性解析を行い、本要素の精度を検討した。

2. 回転自由度を有する四面体要素

本研究で提案する四面体要素(TET-D)は、10節点アイソパラメトリック四面体要素(TET10)を利用し、新たに導入した頂点の回転角を用いて TET10 の中間節点変位を消去した（図-1参照）。

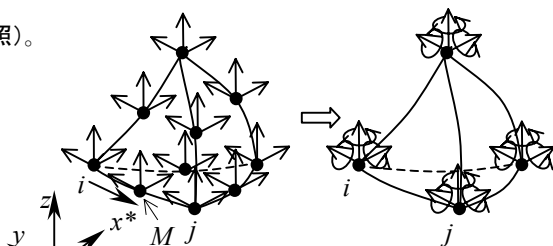


図-1 TET10 と TET-D

具体的には、TET10 の各辺を仮想的に梁要素と仮定し、中間節点変位と頂点の回転角の関係式を利用すると、中間節点の変位は全体座標系では、次式のように与えることができる。

$$\begin{Bmatrix} u_m \\ v_m \\ w_m \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} (u_i + u_j)/2 + u_M \\ (v_i + v_j)/2 + v_M \\ (w_i + w_j)/2 + w_M \end{Bmatrix} \quad (1)$$

ここで、 u_m, v_m, w_m は全体座標系での中間節点変位、 u_M, v_M, w_M は局所座標系での回転による中間節点変位を全体座標系に変換したもの、 $(u_i, v_i, w_i, u_j, v_j, w_j)$ は節点 i と j の平行変位である。式(1)を変換マトリックス $[T]$ を用いて全体座標系に変換することで、TET10とTET-Dの変位の変換が可能となる。 $\{\delta'\}$ はTET10の変位、 $\{\delta\}$ はTET-Dの変位量とすると、

$$\{\delta'\} = [T]\{\delta\} \quad (2)$$

となり、本要素のひずみエネルギー U は、

$$U = \frac{1}{2} \int_{V^e} \{\delta'\}^T [T]^T [B] [D] [T] \{\delta\} dv \quad (3)$$

と表すことができ、TET-Dの要素剛性マトリックスはTET10の剛性マトリックス $[K']$ を用いて、

$$[K] = [T]^T [K'] [T] \quad (4)$$

と導くことができる。なお、本要素の形状関数、積分方法は通常の TET10 と同様であり、一要素あたりの自由度が6個減少している²⁾。

3. フリーメッシュ法

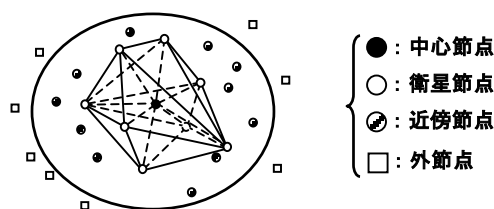
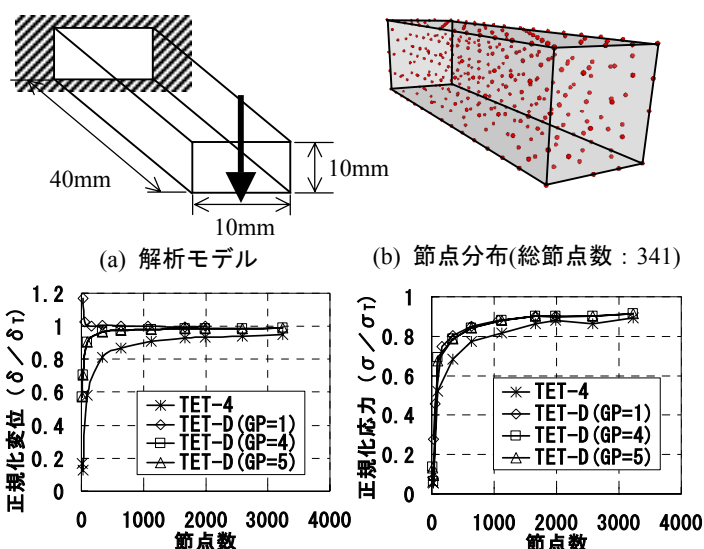


図-2 ローカル要素概念図

FMM は図-2 に示すようにローカルな要素生成、全体剛性マトリックスの作成及び求解までをシームレスに行うことができる解析法であり、並列計算にも適している。

4. 精度評価

本要素の精度を検討するため、積分点の数を変化させた場合の TET-D と定ひずみ四面体要素(TET-4)との精度比較を行い、理論解への収束性を示す。



理論解への収束性 (R: 変位 L: 応力)

図-3 矩形断面片持ち梁曲げ問題

キーワード アイソパラメトリック要素、回転自由度、定ひずみ要素、フリーメッシュ法

連絡先 〒903-0129 沖縄県中頭郡西原町字千原1番地 琉球大学工学部環境建設工学科 TEL098-895-8663

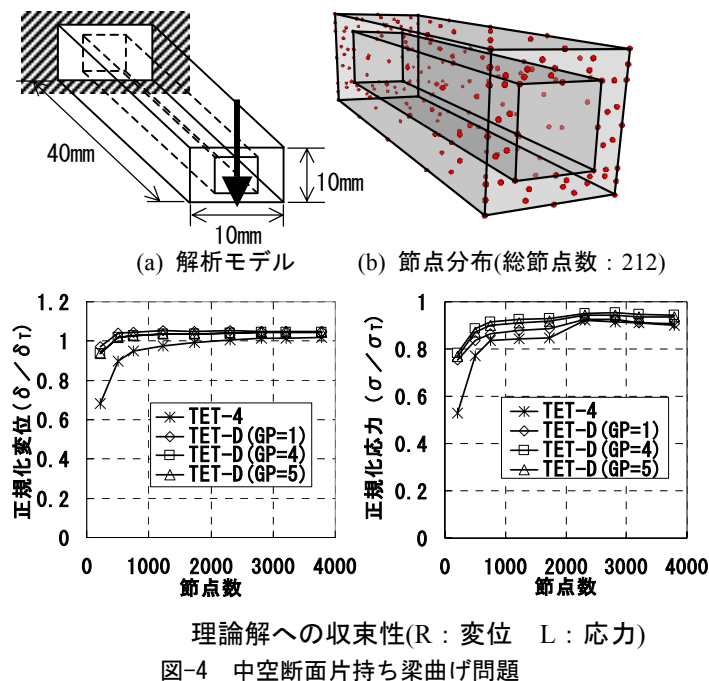
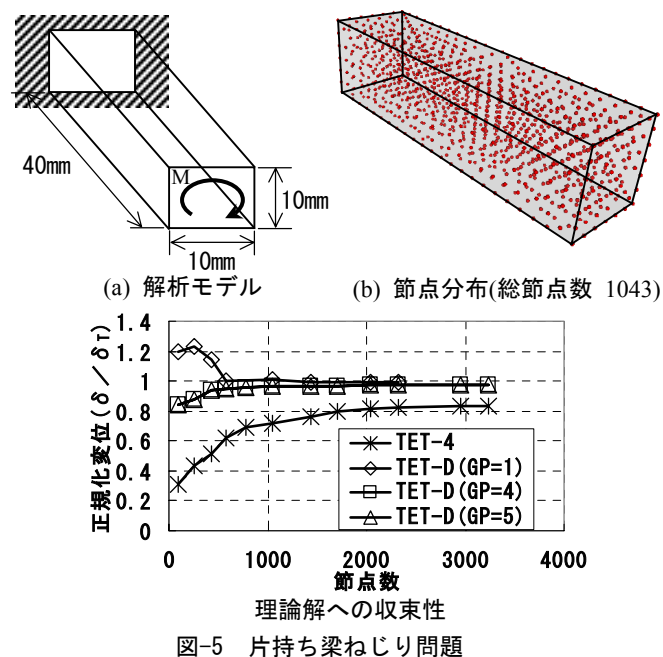


図-3, 4 に矩形・中空断面の梁の曲げ問題として、荷重載荷面変位および梁中間部上端応力と節点数の関係を示す。各断面において、TET-D は定ひずみ四面体要素(TET-4)に比べ変位の精度が高いことが分かる。積分点の違いにより収束の傾向に違いが見られるが理論解との一致も良好である。しかし、応力については理論解を求めた梁上端と積分点との距離が大きいため、精度は少し低くなっている。

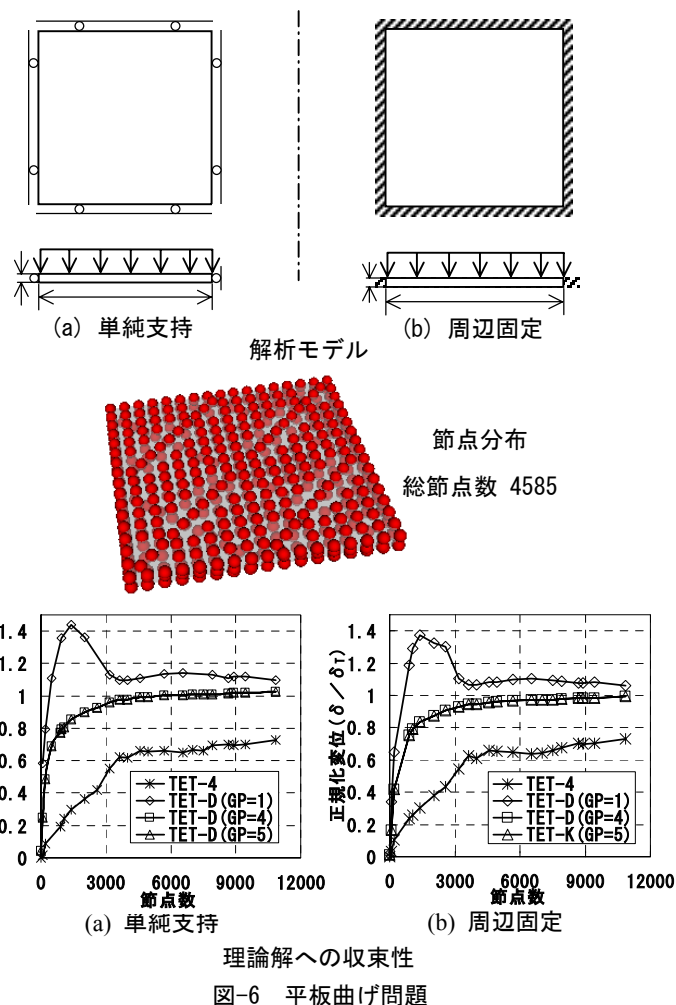
次に、梁のねじり問題として、図-5 にねじりモーメント載荷面頂点部の梁の図心を中心とする円周方向変位と節点数の関係を示す。



グラフより、TET-4 での正規化変位は約 8 割程度で収束しているのに対して、本要素は積分点の違いにより収束の傾向

に違いは見られるが、ほぼ理論解に収束している。

図-6 に等分布荷重を受ける厚肉平板の曲げ問題として、単純支持・周辺固定状態での変位と節点数の関係を示す。各状態において、本要素は先と同様に積分点の違いにより収束の傾向に違いはあるが TET-4 に比べ高い精度を得ており、ほぼ理論解に収束している。



本要素は各精度比較において、TET-4 と比較し高い精度を得ることが出来た。また、本解析において積分点別で収束の傾向に違いが見られたが収束値はほぼ一定となっている。しかし、1点積分においては、解が収束しないことがあった。

5. まとめ

本研究では、筆者等が開発した回転自由度を有する四面体要素を 3 次元 FEM を用いて各種の数値解析を行った。その結果、良好な解析精度を得ることが出来た。

参考文献

- 1) 矢川元基・細川孝之：フリーメッシュ法の三次元問題への適用，日本機械学会論文集(A編)，64巻，1998
- 2) 伊良波繁雄・松原仁・富山潤・矢川元基：高精度 3 次元要素を用いたフリーメッシュ法，土木学会西部支部研究発表会，2003