

異種材料領域を有する薄肉平板の動的応答解析

東海大学海洋学部 正会員 川上哲太郎  
 (株)システムソフト 正会員 小倉 洋一

1. はじめに

本研究は、腐食などによる劣化損傷部あるいは、溶接部などを有する薄肉平板の動的応答特性を数値解析的に明らかにすることを目的に行ったものである。本解析では、劣化損傷部や溶接部が存在する薄肉平板を、部分的に板剛性の異なる領域を有する薄肉平板と仮定し、母材となる平板領域内における単一点振源による動的応答特性を境界要素法により解析を行った。

本研究の成果は、薄肉平板の劣化損傷度や溶接不具合判定などの品質検査のために、動的応答特性を利用した非破壊検査手法の開発を行う上での理論的評価に資するものと考えられる。

2. 境界要素法による数値解析手法

時間調和な振動点  $p(\mathbf{X})$  を有する薄肉平板の運動方程式は次式で表される。

$$\left. \begin{aligned} (\Delta - \lambda^4)u(\mathbf{X}) &= \frac{p(\mathbf{X})}{K} \\ \lambda^4 &= \frac{\omega^2 \rho h}{K}, K = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ここで、 $\Delta$ ：ラプラシアン、 $\rho$ ：密度、 $h$ ：平板の厚さ、 $\nu$ ：ポアソン比、 $E$ ：ヤング率、 $u(\mathbf{X})$ ：たわみ、 $K$ ：平板の板剛性である。

次に、図1に示すような領域を定義する。 $D_1$ は無限平板、 $D_2$ は無限平板内に存在する板剛性の異なる領域、 $\partial D$ は境界を表す。また、 $\mathbf{n}$ は各領域における外向き単位法線ベクトル、 $\mathbf{P}$ は単一点振源を表す。

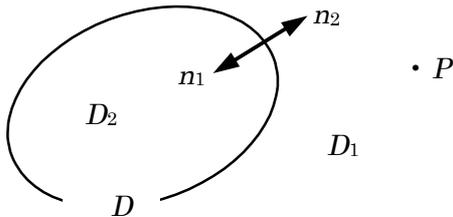


図1 領域、ベクトルの定義

図1に示す無限平板  $D_1$  領域に対して、外部問題におけるたわみに関する積分方程式および境界積分方程式は次のように表される。

$$\begin{aligned} & -\int_{D_1} U_1(\mathbf{X}, \mathbf{Y}; \lambda) \frac{p(\mathbf{Y})}{K} dA_Y - \int_{\partial D_1} [U_1(\mathbf{X}, \mathbf{Y}; \lambda)] \{ \mathbf{V}_{1n_y} u_1(y) \} \\ & + \{ \partial_{n_y} U_1(\mathbf{X}, \mathbf{Y}; \lambda) \} \{ \mathbf{M}_{1n_y} u_1(y) \} - \{ \mathbf{M}_{1n_y} U_1(\mathbf{X}, \mathbf{Y}; \lambda) \} \{ \partial_n u_1(y) \} \\ & + \{ \mathbf{V}_{1n_y} U_1(\mathbf{X}, \mathbf{Y}; \lambda) \} \{ u_1(y) \} \\ & = -u_p(\mathbf{X}) - [\mathbf{S}_1(\mathbf{V}_{1n} u_1)](\mathbf{X}) + [\mathbf{D}_1(\mathbf{M}_{1n} u_1)](\mathbf{X}) \\ & - [\mathbf{M}_1(\partial_n u_1)](\mathbf{X}) + [\mathbf{V}_1(u_1)](\mathbf{X}) \\ & = \begin{cases} u_1(x) & \mathbf{X} = x \in D_1 \\ 1/2 u_1(x) & \mathbf{X} = x \in \partial D \end{cases} \end{aligned} \quad (2)$$

ここで、 $\mathbf{V}$ 、 $\mathbf{M}$ は等価せん断力および曲げモーメントに関する演算子であり、 $u$ はたわみ角を表す。また、 $U$ は基本解であり次式のように表される。

$$U = -\frac{i}{8\lambda^2} [H_0^{(1)}(\lambda r) - H_0^{(1)}(i\lambda r)] \quad (4)$$

ここで、 $H_0^{(1)}$ は第1種0次ハンケル関数であり、 $r$ は、 $r = |\mathbf{x} - \mathbf{y}|$ である。

同様に外部問題におけるたわみ角に関する式は次のように表される。

$$\begin{aligned} & -\partial_{n_x} u_p(\mathbf{X}) - [\partial_{n_x} \mathbf{S}_1(\mathbf{V}_{1n} u_1)](\mathbf{X}) + [\partial_{n_x} \mathbf{D}_1(\mathbf{M}_{1n} u_1)](\mathbf{X}) \\ & - [\partial_{n_x} \mathbf{M}_1(\partial_n u_1)](\mathbf{X}) + \partial_{n_x} [\mathbf{V}_1(u_1)](\mathbf{X}) \\ & = \begin{cases} \partial u_1(x) & \mathbf{X} = x \in D_1 \\ 1/2 \partial u_1(x) & \mathbf{X} = x \in \partial D \end{cases} \end{aligned} \quad (5)$$

さらに、劣化損傷部  $D_2$  領域に対する内部問題におけるたわみ及びたわみ角に関する境界積分方程式は次のように表される。

$$\begin{aligned} & [\mathbf{S}_2(\mathbf{V}_{2n} u_2)](\mathbf{X}) - [\mathbf{D}_2(\mathbf{M}_{2n} u_2)](\mathbf{X}) \\ & + [\mathbf{M}_2(\partial_n u_2)](\mathbf{X}) - [\mathbf{V}_2(u_2)](\mathbf{X}) \\ & = 1/2 u_2(x) \quad \mathbf{X} = x \in \partial D \end{aligned} \quad (7)$$

キーワード：「薄肉平板」「動的応答」「非破壊評価」

連絡先：静岡県静岡市清水折戸 3-20-1 TEL0543-34-0411 FAX 0543-34-9768

$$\begin{aligned}
 &-\partial_{nx} u_p(\mathbf{X}) + [\partial_{nx} S_2(\mathbf{V}_{2n} u_2)](\mathbf{X}) - [\partial_{nx} D_2(\mathbf{M}_{2n} u_2)](\mathbf{X}) \\
 &+ [\partial_{nx} \mathbf{M}_2(\partial_n u_2)](\mathbf{X}) - \partial_{nx} [\mathbf{V}_2(u_2)](\mathbf{X}) \\
 &= 1/2 \partial u_2(x) \quad \mathbf{X} = x \in \partial D
 \end{aligned} \tag{8}$$

ここで、異種材料領域の接続問題を考える。各領域は剛に接合されていると仮定すると、共通の境界  $\partial D$  上における接続条件は次のように表される。

$$\begin{aligned}
 u_1(x) &= u_2(x), \partial u_1(x) = -\partial u_2(x) \\
 \mathbf{M}_1 u_1(x) &= -\mathbf{M}_2 u_2(x), \mathbf{V}_1 u_1(x) = \mathbf{V}_2 u_2(x)
 \end{aligned} \tag{9}$$

次に式(3),(5),(7),(8)に示される境界積分方程式を離散化し数値積分を行い、式(9)に示される接続条件を代入することにより、最終的に解くべき連立一次方程式は次式のようにになる。

$$\begin{bmatrix} -S_1 & \mathbf{D}_1 & -\mathbf{M}_1 & (-\mathbf{I}/2 + \mathbf{V}_1) \\ -S_2 & \mathbf{D}_2 & \mathbf{M}_2 & -(\mathbf{I}/2 + \mathbf{V}_2) \\ -\partial_n S_1 & \partial_n \mathbf{D}_1 & -(\mathbf{I}/2 + \partial_n \mathbf{M}_1) & \partial_n \mathbf{V}_1 \\ -\partial_n S_2 & \partial_n \mathbf{D}_2 & (-\mathbf{I}/2 + \partial_n \mathbf{M}_2) & -\partial_n \mathbf{V}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_n u_1 \\ \mathbf{M}_n u_1 \\ \partial_n u_1 \\ u_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_p \\ 0 \\ \partial_n u_p \\ 0 \end{bmatrix} \tag{10}$$

上式を解くことにより境界上の物理量を求め、式(2)および同様の形式で表される各領域における積分方程式に、この物理量を代入することにより、平板内部領域における物理量が求められる。

3. 数値計算例

数値計算例として、無限平板内に、板剛性の異なる円形の異種材料領域を配置し、板剛性比等をパラメータとした解析を行い、波動散乱場におけるたわみの分布より異種材料領域の存在を判断する。

解析条件としては、外部の板剛性を  $K_1$ 、内部の板剛性を  $K_2$  として、板剛性比  $K_2 / K_1$  を設定し、単一点振源  $P$  の角速度を  $\omega = 100 \sim 10000(\text{rad/s})$  とした。

図2にたわみの応答分布に関する数値解析結果を示す。これより、板剛性比が低い場合、角速度が小さいと異種材料領域の形状がたわみの分布により顕著に表れることがわかる。また、板剛性比が高い場合、角速度が大きいと異種材料領域の形状がたわみの分布により顕著に表れ、異種材料領域を中心とする同心円状の散乱場が形成されていることがわかる。

4. 結論

数値解析結果を総合すると、本研究における結論は以下の通りである。

- (1) 板剛性比が低くなるにつれて、異種材料領域の後方にたわみの値の小さい部分が現れ、その領域は大きくなる。
- (2) 角速度が大きい場合、板剛性比の高い異種材料領域が明確になり、角速度が小さいと板剛性比の低い異種材料領域が明確になることがわかる。
- (3) 薄肉平板の劣化損傷度や溶接不具合判定などの品質検査のために、動的応答特性を利用した非破壊検査手法の開発が可能であると考えられる。

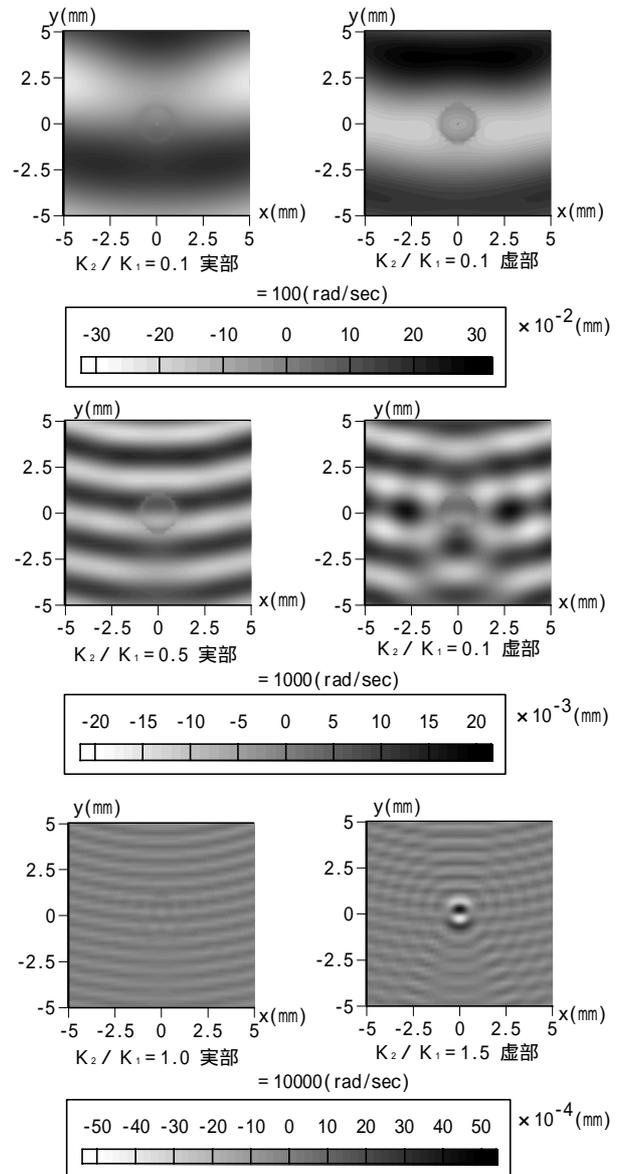


図2 たわみの応答分布