

ハイラーキRC要素による鉄筋コンクリート床版の曲げ解析

函館工業高等専門学校 正会員 ○渡辺 力
川田テクノシステム 正会員 齋藤道生

長岡技大名誉教授 正会員 林 正
川田工業株式会社 非会員 小間栄律

1. まえがき

コンクリート床版などを有する鋼・コンクリート複合構造物の全体解析を効率的に行うためのハイラーキRC要素を提案する．本要素はハイラーキ六面体要素（ソリッド要素）に鉄筋を埋め込んだ要素で，ソリッド要素の一般化変位を鉄筋の変位関数に用いて軸方向に級数展開することにより，鉄筋位置での要素分割を必要としない．したがって，ソリッド要素内で多数の鉄筋を任意の方向に配置できる．

本研究では，橋梁などの全体剛性に及ぼす鉄筋コンクリート床版の等価剛性を正確に評価した解析法を開発することを目的としている．ハイラーキRC要素はソリッド要素を分割せずに鉄筋を任意の方向に配筋できるので効率的で，鉄筋コンクリート床版の平均剛性を用いずに実構造に忠実に鉄筋を離散的に配置することにより等価剛性を正しく評価できる．本報告では，ハイラーキRC要素を鉄筋コンクリート床版の曲げ解析に用いて，精度と計算効率を検証した結果を報告する．

2. ハイラーキRC要素

ハイラーキRC要素は図-1のようにソリッド要素に鉄筋を埋め込んだ要素である．定式化

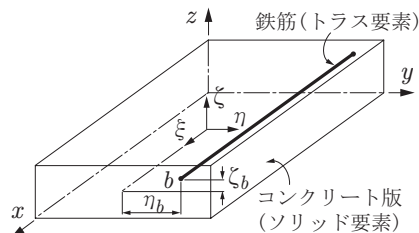


図-1 RC要素

にあたっては，コンクリートを線形弾性体と仮定し，クリープなどの影響は無視する．また，直線鉄筋はトラス要素で，曲線配置された緊張材などはケーブル要素でモデル化する．ここでは，直方体要素に直線鉄筋を配置した場合の定式化を示す．

(1) ソリッド要素の変位関数

ソリッド要素の変位関数を次式で与える．

$$u = \sum_{k=1}^K N_k u_k \equiv \mathbf{f}^T \mathbf{u}, \quad \mathbf{u} = \{u_1, u_2, \dots, u_K\}^T \quad (1)$$

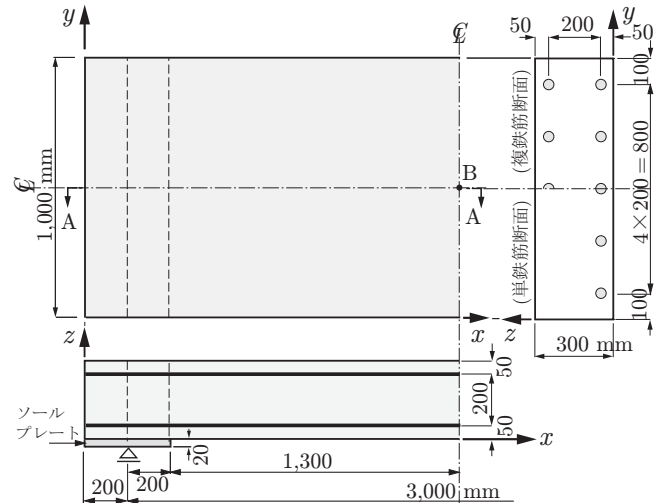


図-2 単純支持鉄筋コンクリートスラブ

ここに， u は x 軸方向の変位成分で， u はその一般化変位ベクトルである． y, z 軸方向の変位成分 v, w も同様に表す．また， K は各変位成分の自由度数で，形状関数 N_i と形状関数ベクトル $\mathbf{f}$ は次式で与えられる．

$$\mathbf{f} = \{N_1, N_2, \dots, N_K\}^T, \quad N_i = f_m(\xi) \cdot f_n(\eta) \cdot f_l(\zeta) \quad (2)$$

m, n, l は ξ, η, ζ 方向の多項式の次数を表し， f_m はハイラーキ多項式¹⁾である．

(2) 直線鉄筋の剛性行列

図-1のように要素座標 ξ 方向に配置させた直線鉄筋を考える．鉄筋が配置される b 線上 ($\eta=\eta_b, \zeta=\zeta_b$) の軸方向変位 u_b は式 (1) のソリッド要素の変位関数を用いて次式で表すことができる．

$$u_b = \mathbf{f}_b^T \mathbf{u} \quad (3)$$

$\mathbf{f}_b$ は式 (2) の形状関数に鉄筋配置位置の座標 ($\eta=\eta_b, \zeta=\zeta_b$) を代入したもので，式 (3) を用いてトラスの軸方向ひずみは次式で与えられる．

$$\varepsilon_x = \mathbf{g}_b^T \mathbf{u}, \quad \mathbf{g}_b = \frac{\partial \mathbf{f}_b}{\partial x} \quad (4)$$

式 (4) を仮想仕事の原理に用いて，形状関数が式 (2) の第2式のように変数分離形で与えられることを

Key Words: ハイラーキ要素，RC要素，鉄筋コンクリート床版

〒042-8501 函館市戸倉町14-1, TEL:0138-59-6488, FAX:0138-59-6488

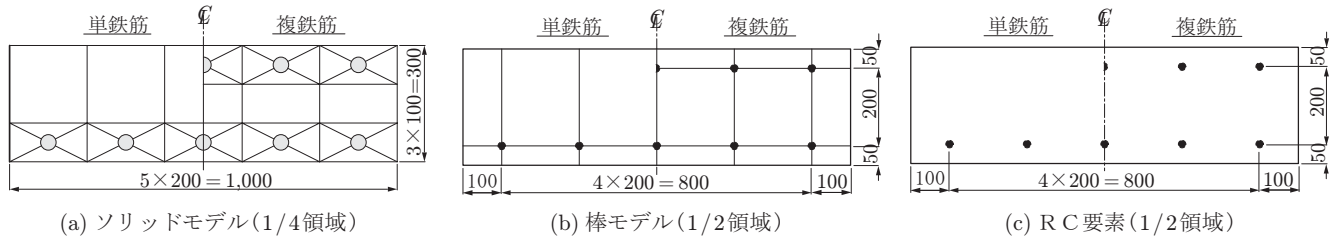


図-3 計算モデル

表-1 たわみと応力の誤差(ソリッドモデルに対する比)

計算モデル	単鉄筋断面			複鉄筋断面			備 考 (計算領域)
	たわみ w	σ_x (上縁)	σ_x (下縁)	たわみ w	σ_x (上縁)	σ_x (下縁)	
ソリッドモデル	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1/4 領域
棒モデル	1.0011	1.0020	1.0081	1.0021	1.0093	1.0102	1/2 領域
RC 要素	1.0000	1.0014	1.0072	0.9997	1.0078	1.0087	1/2 領域
無 筋	1.1437	1.0694	1.2500	1.3207	1.3418	1.3443	1/2 領域

考慮すると、直線鉄筋の剛性行列の (i, j) 成分 $k_{b,ij}$ ($i, j = 1 \sim K$) は次のようになる。

$$k_{b,ij} = EA G_{mm'} F_{nn'}(\eta_b) F_{ll'}(\zeta_b) \quad (5)$$

ここに、

$$G_{mm'} = \frac{2}{\ell_\xi} \int_{-1}^1 g_m(\xi) g_{m'}(\xi) d\xi, \quad g_m = \frac{df_m}{d\xi}$$

$$F_{nn'}(\eta_b) = f_n(\eta_b) \cdot f_{n'}(\eta_b) \text{ etc.} \quad (6)$$

ソリッド要素の剛性行列¹⁾に式(5)を加えてRC要素の剛性行列が得られる。 η, ζ 方向に配置させた直線鉄筋も変位成分 v, w を用いて同様に定式化できる。また、曲線配置されたPC鋼材などはケーブル要素²⁾を用いて定式化する。

3. 数値計算例

図-2に示す支間3m、幅1m、板厚0.3mの鉄筋コンクリート長方形スラブの曲げ解析を行う。直径 $D = 40 \text{ mm}$ の鉄筋を下段に5本配置した単鉄筋断面の場合と、5本の鉄筋を2段に配置した複鉄筋断面の場合を計算する。荷重は板上面に等分布荷重 q を満載し、材料定数には以下の値を用いる。

$$E_S = 206 \text{ GPa}, n = E_S/E_C = 7, \nu_S = 0.3, \nu_C = 0.15$$

また、対称条件条件を用いてスラブの1/2領域を計算する。境界条件は支点上の鉛直変位を線支持としているが、応力集中を緩和するために厚さ20mmのソールプレート設ける。

比較のために鉄筋をソリッド要素によりモデル化したソリッドモデル(図-3(a))、鉄筋の配置位置で要素分割し節点間に棒要素を配置した棒モデル(図(b))、RC要素(図(c))の3ケースを計算する。要素分割は長手(x 軸)方向に図-2の破線の位置で3分割し、横

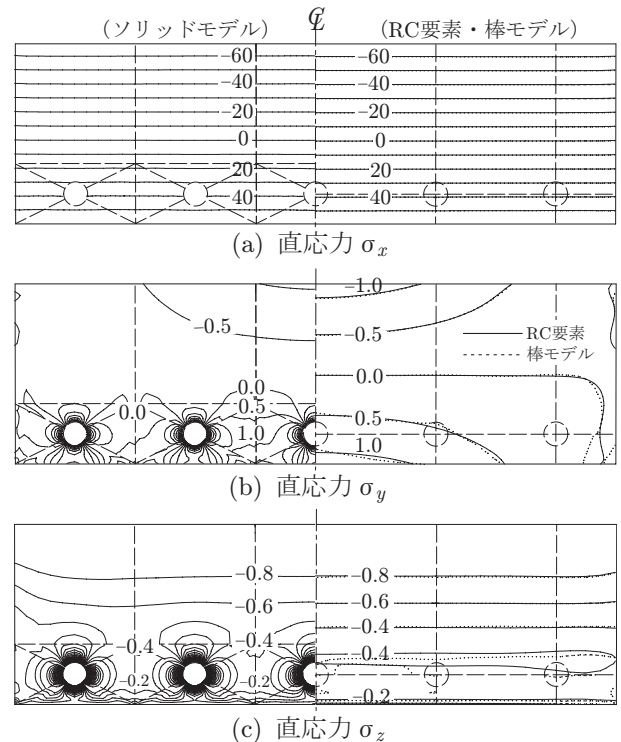


図-4 直応力の分布(中央断面、単鉄筋断面)

断面には図-3のように分割する。RC要素では横断面で要素分割を行わずに3要素で計算している。

表-1は支間中央における最大たわみ w と上下縁の直応力 σ_x のソリッドモデルに対する誤差を示したものである。RC要素では、たわみと σ_x の誤差は1%以下となっており、十分な等価剛性が得られている。

図-4は中央断面の応力分布を示したもので、ソリッドモデルの σ_y と σ_z では異種材料の結合による特異性から鉄筋の周辺で応力集中を起こしている。RC要素ではこの応力集中は計算できないが、自由度数は棒モデルに対して約1/6~1/8となっており、効率良く鉄筋の効果を考慮した全体解析が可能となる。

参考文献

- 1) 林 他：土木学会論文集，No.591/I-43，1998.
- 2) 林 他：土木学会論文集，No.668/I-54，2001.