静的振り子問題における幾何学的非線形性に関する一考察

㈱構造計画研究所　　正会員　○矢部　明人

１．はじめに

2 次元の振り子のような不安定構造物にマトリックス法による構造解析を適用する場合,不安定要因を補うための手段が必要となる.部材軸方向の剛性以外の剛性を補うため,振り子に作用する重力より発生する部材軸力から幾何剛性を求め,部材直角方向への剛性を評価する方法が用いられる.しかしながら,そのようにして求まった釣り合い点を,収束計算等によって補正しなければならないケースも存在する.

同様に部材ローカル系の変位を更新する際に発生する全体系の剛性の変化についても同様であり,静的振り子問題における幾何学的非線形問題に関わるそれら不釣合い力をなるだけ適切に評価し,収束計算によって適切に解除する方法が必要である.幾何学的非線形性に関する正確な釣り合い点を求める方法としては,コンプリメンタルエネルギー最小問題に帰着した方法も提案されている [1].また,図-１に示すように,増分解析によってそれら不釣合い力が無視できる程度に十分な刻みを確保し,計算する方法も有効な手段として存在する（以下単純増分法と呼ぶ）.

本研究では,それら幾何学的非線形によって生じる不釣合い力を,ある仮定を基に予測し,解除する方法を提案し,その手法による計算速度への影響に関して考察するものである.

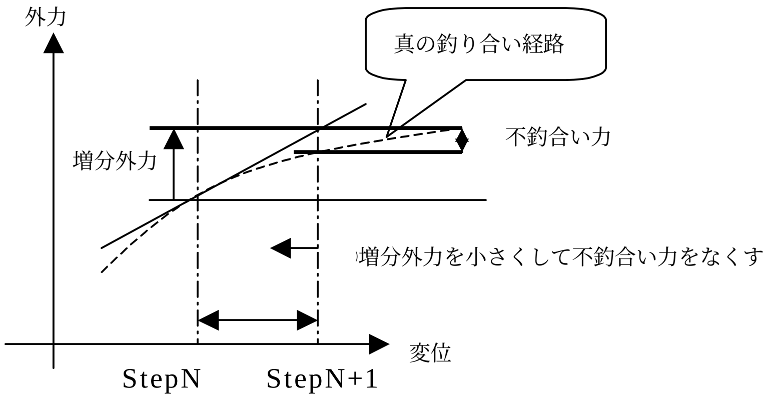


図-1 幾何学的非線形による不釣合い力

２．幾何学的非線形による不釣合い力予測の方法

今回は,幾何学的非線形性に関する不釣合い力にのみ着目し,応力度-歪レベルの非線形性については考慮しないものとした.まず,幾何学的非線形性についてであるが,応力-歪関係のような明確な関数で定義することはできない.よって,変位もしくは応力から,ニュートンラプソン法を代表とする収束計算方法を用いて正確な釣り合い点を評価することは難しい.そこで,ある釣り合い状態において次の増分変位に到達するまでの応力ー変位関係は増分変位⊿δの 2 次関数で定義できると仮定する.以下仮定に基づいた不釣合い力式①を以下に示す.

仮定： $$\Delta F(\Delta\delta) = a\cdot\Delta\delta^2 + b\cdot\Delta\delta \quad \cdots ①$$

⊿δ：増分変位
⊿F：増分変位⊿δでの増分応力
a,b：係数

次に,Kn：ある瞬間の釣り合い点の剛性
Kn+1'：⊿δ変位した時の剛性
とおき,上記仮定に初期条件,と 1 階の微係数の条件を代入すると,

$$\Delta F(\Delta\delta) = \Delta\delta\cdot(K_n + K_{n+1}')/2 \quad \cdots ②$$

キーワード　幾何学的非線形，不釣合い力，振り子

連絡先　〒164-0011　東京都中野区中央 4 丁目 5 番 3 号　（株）構造計画研究所　ＴＥＬ03-5342-1138

式②を求めることができる.図 2 に示すように,この仮定から,ある条件の下での増分応力は,StepN での釣り合い点の剛性で求めた初期線形予測点 Kn･⊿δと初期線形予測後の変位⊿δ時の剛性 Kn+1' を用いた線形予測点の平均であることがわかる.（以下 2 次予測と呼ぶ）

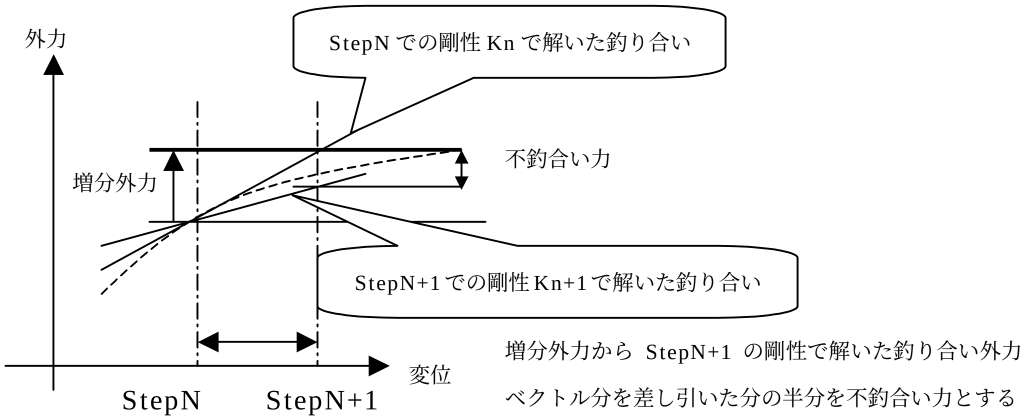
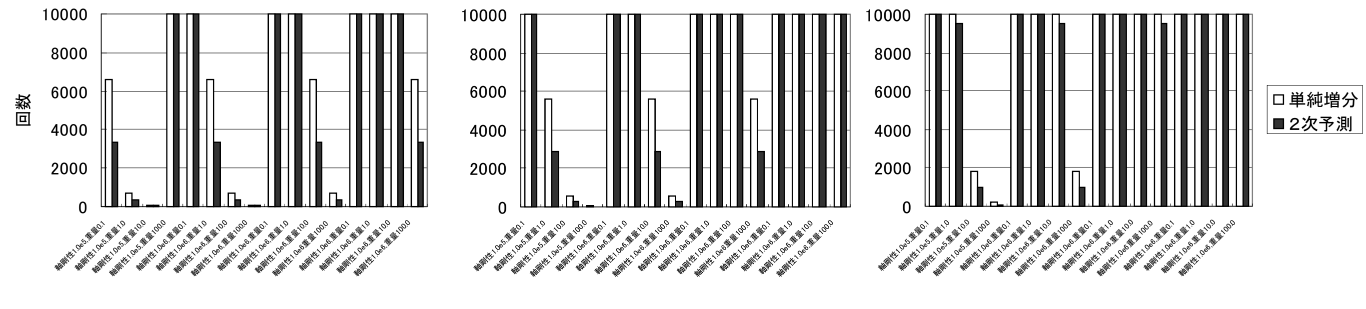


図-2　2 次で予測した不釣合い力

３．単純増分法と 2 次予測による計算回数の比較

２次予測による不釣合い力の予測による効果として,増分解析時の刻みをある程度軽減できることが予想される.実際の効果を計測するために軸剛性,重量（幾何剛性）,傾斜角（ローカル系更新の影響）を組み合わせてそれらのバランスと実際の刻みに関する実験計算を行った.図 3-a～c に軸剛性を 1.0e5～1.0e8,重量を 0.1～100.0,傾斜角を 5°,15°,30°と段階的に変化させた場合に変位の理論解に対して 1%の精度にいたるまでの計算回数について示した.今回の計算では,予測による不釣合い力の補正が計算回数に与える影響を考察するため,計算スッテップ中の不釣合い力解除を行っていない.



a.振れ角　5°　　　b.振れ角 15°　　　c.振れ角　30°

図-3　軸剛性組と重量（幾何剛性）の組み合わせによる計算回数

２次予測によって不釣合い力を予測することにより,計算回数が約半分程度に軽減されていることがわかる.また,振れ角５°程度の場合でも軸剛性と幾何剛性のバランスによっては 10000 回を超える増分計算が必要なケースもあることが確認できた.

３．考察とまとめ

以上の結果より,2 次予測法によって幾何学的非線形性による不釣合い力を予測することで,計算速度の点で有利であることが分かった.また,ある程度の計算精度を確保するためには,なお刻みを十分に確保する必要があることも分かった.

今後は,不釣合い力解除方法,高次予測法,動的問題,応力度-歪レベルの非線形を同時に考慮した複合非線形問題への応用を考えている.

「参考文献」1)大久保　禎二・上野　浩司・釣　哲之・川下　誠二：エネルギー原理に基づくトラス構造物の複合非線形解析法に関する一考察,土木学会第 52 回年次講演会/Ⅰ-A18,p36-37,1997,9