

PC クラスタ型並列計算機のための有限要素法を適用した 動的緩和法による大規模非線形解析手法の開発

関西大学工学部 フェロー 三上 市藏 JIP テクノサイエンス 正会員 竹原 和夫
 関西大学大学院 学生員 狩野 哲也 関西大学大学院 学生員 ○濱谷 秀一
 関西大学工学部 学生員 芹原 俊輔

1. まえがき

最近の構造解析は、より大規模問題の解析を行うことと、同じ問題でも短時間で解析を行うことの2つが要求されてきている。大規模問題の解析が可能になることで、モデル全体を非常に細かいメッシュに分割することができるとともに、モデルの簡略化や仮想境界条件の設定が不要となる。また、解析時間の短縮によりパラメータスタディを数多く行うことが可能となるだけでなく、Computer リソースを有効利用することができる。さらに弾塑性解析や有限変位解析などの非線形解析を大規模問題に対して実行し、これを運用していくためには、スーパーコンピュータに匹敵する程度のメモリ量と計算速度の向上が不可欠である。

PC クラスタ型並列計算機はPC をネットワーク結合してスーパーコンピュータと同程度の性能を比較的安価に構築することができ、さらに結合する PC の台数に応じて速度向上が図ることができるとされている。しかし、PC 台数増加に伴うデータ通信時間の増加から全体の処理速度向上率が低下するという問題がある。

著者らは先に有限要素法を適用した動的緩和法（Dynamic Relaxation Method）の定式化を行い、PC クラスタにおける並列計算処理を行った¹⁾。しかし、そこでは弾性微小変位解析を行っただけで、動的緩和法が有効になる非線形問題への適用はなされていない。本研究ではこの手法を有限変位問題に拡張したので、以下に報告する。

2. 動的緩和法による並列計算

図-1 に示すような各節点にそれぞれ 6 つの変位成分と 6 つの節点力成分をもつ四辺形板要素を考える。まず、要素内の節点力ベクトル、節点変位ベクトルをそれぞれ

$$\{f_n\} = \{f_1 \ f_2 \ f_3 \ f_4\}^T \quad \text{..... (1)}$$

$$\{\delta_n\} = \{\delta_1 \ \delta_2 \ \delta_3 \ \delta_4\}^T \quad \text{..... (2)}$$

とする。また、要素の構成節点 1 における節点力成分および節点変位成分をそれぞれ

$$\{f_1\} = \{N_{x1} \ N_{y1} \ Q_1 \ M_{x1} \ M_{y1} \ M_{z1}\}^T \quad \text{..... (3)}$$

$$\{\delta_1\} = \{u_1 \ v_1 \ w_1 \ \theta_{x1} \ \theta_{y1} \ \theta_{z1}\}^T \quad \text{..... (4)}$$

とする。また、他節点 2, 3, 4 についても同様とする。

① ひずみ-変位関係

ひずみ-変位関係式としては、幾何学的非線形性を考慮するため次式を用いる²⁾。

$$\varepsilon_x = \partial u_{x,o} / \partial x - z \cdot \partial^2 u_{z,o} / \partial x^2 + \left[(\partial u_{x,o} / \partial x)^2 + (\partial u_{y,o} / \partial x)^2 + (\partial u_{z,o} / \partial x)^2 \right] / 2 \quad \text{..... (5.a)}$$

$$\varepsilon_y = \partial u_{y,o} / \partial y - z \cdot \partial^2 u_{z,o} / \partial y^2 + \left[(\partial u_{x,o} / \partial y)^2 + (\partial u_{y,o} / \partial y)^2 + (\partial u_{z,o} / \partial y)^2 \right] / 2 \quad \text{..... (5.b)}$$

$$\gamma_{xy} = \partial u_{y,o} / \partial x + \partial u_{x,o} / \partial y - 2z \cdot \partial^2 u_{z,o} / \partial x \partial y + (\partial u_{x,o} / \partial x)(\partial u_{x,o} / \partial y) + (\partial u_{y,o} / \partial x)(\partial u_{y,o} / \partial y) + (\partial u_{z,o} / \partial x)(\partial u_{z,o} / \partial y) \quad \text{..... (5.c)}$$

ただし、 $u_{x,o}$ 、 $u_{y,o}$ 、 $u_{z,o}$ は板の中央面における x 、 y 、 z 軸方向の変位である。

ここで $\{\delta\} = \{N\} \{\delta_n\}$ の関係が成り立つことから、式(5.a)～式(5.c)は次のようになる³⁾。

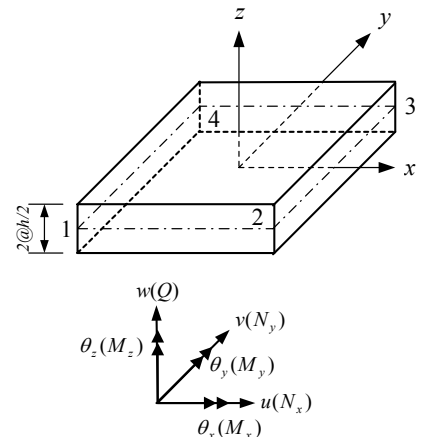


図-1 四辺形要素

キーワード PC クラスタ、並列計算、動的緩和法、有限要素法、幾何学的非線形解析

連絡先 〒564-8680 大阪府吹田市山手町 3-3-35 TEL:06-6368-1111 Ext.6521

$$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon_{L_1}\} - \{\varepsilon_{L_2}\} + \{\varepsilon_N\} = (\{B_{L_1}\} - z\{B_{L_2}\} + \{B_N\})\{\delta_n\} = \{B\}\{\delta_n\} \quad (6)$$

ここに、 $\{u\}$ は板の中央面における任意点の変位、 $\{N\}$ は形状関数、 $\{\varepsilon\}$ は板の任意点におけるひずみ、 $\{B\}$ はひずみ-変位関係を表すマトリクスである。

②応力-ひずみ関係

E を弾性係数、 ν をポワソン比とすると、応力-ひずみ関係式は次のようになる。

$$\sigma_x = E \{ (1-\nu)\varepsilon_x + \nu\varepsilon_y \} / \{ (1+\nu)(1-2\nu) \} \quad (7.a)$$

$$\sigma_y = E \{ \nu\varepsilon_x + (1-\nu)\varepsilon_y \} / \{ (1+\nu)(1-2\nu) \} \quad (7.b)$$

$$\sigma_z = E \{ \nu\varepsilon_x + \nu\varepsilon_y \} / \{ (1+\nu)(1-2\nu) \} \quad (7.c)$$

$$\tau_{xy} = E\gamma_{xy} / \{ 2(1-\nu) \} \quad (7.d)$$

$$\tau_{yz} = 0 \quad (7.e) \quad \tau_{zx} = 0 \quad (7.f)$$

上式をマトリクス表示すると、次式が得られる。

$$\{\sigma\} = \{D\}\{\varepsilon\} \quad (8)$$

ただし $\{D\}$ は応力-ひずみ関係マトリクスである。

③仮想変位の原理

仮想変位の原理を適用すると、節点力ベクトル $\{f_n\}$ と節点変位ベクトル $\{\delta_n\}$ との関係式が次のように求まる。

$$\{f_n\} = \left(\int \{B\}^T \{D\} \{B\} dV \right) \{\delta_n\} \quad (9)$$

④運動方程式

節点における静的釣り合い式に慣性項と減衰項を付加し、運動方程式¹⁾を導く。

$$m_u \partial \dot{u}_{i,p-1/2} / \partial t + C_u \dot{u}_{i,p-1/2} + \left(\sum_{j=1}^n N_{x,j,i} \right)_{p-1/2} = F_{u,i,p-1/2} \quad (10.a) \quad m_v \partial \dot{v}_{i,p-1/2} / \partial t + C_v \dot{v}_{i,p-1/2} + \left(\sum_{j=1}^n N_{y,j,i} \right)_{p-1/2} = F_{v,i,p-1/2} \quad (10.b)$$

$$m_w \partial \dot{w}_{i,p-1/2} / \partial t + C_w \dot{w}_{i,p-1/2} + \left(\sum_{j=1}^n Q_{j,i} \right)_{p-1/2} = F_{w,i,p-1/2} \quad (10.c) \quad m_{\theta_x} \partial \dot{\theta}_{x,i,p-1/2} / \partial t + C_{\theta_x} \dot{\theta}_{x,i,p-1/2} + \left(\sum_{j=1}^n M_{x,j,i} \right)_{p-1/2} = F_{\theta_x,i,p-1/2} \quad (10.d)$$

$$m_{\theta_y} \partial \dot{\theta}_{y,i,p-1/2} / \partial t + C_{\theta_y} \dot{\theta}_{y,i,p-1/2} + \left(\sum_{j=1}^n M_{y,j,i} \right)_{p-1/2} = F_{\theta_y,i,p-1/2} \quad (10.e) \quad m_{\theta_z} \partial \dot{\theta}_{z,i,p-1/2} / \partial t + C_{\theta_z} \dot{\theta}_{z,i,p-1/2} + \left(\sum_{j=1}^n M_{z,j,i} \right)_{p-1/2} = F_{\theta_z,i,p-1/2} \quad (10.f)$$

ここで、 F は各変位成分に対応した節点荷重を示す。式(10)を使って、節点力から変位速度を求める。

⑤結合方程式

変位速度から変位を導くため、変位速度を時刻 p において中央差分表示した以下の結合方程式を用いる。

$$\dot{u}_{i,p} = \partial u_{i,p} / \partial t = (u_{i,p+1/2} - u_{i,p-1/2}) / \Delta t \quad (11.a) \quad \dot{v}_{i,p} = \partial v_{i,p} / \partial t = (v_{i,p+1/2} - v_{i,p-1/2}) / \Delta t \quad (11.b)$$

$$\dot{w}_{i,p} = \partial w_{i,p} / \partial t = (w_{i,p+1/2} - w_{i,p-1/2}) / \Delta t \quad (11.c) \quad \dot{\theta}_{x,i,p} = \partial \theta_{x,i,p} / \partial t = (\theta_{x,i,p+1/2} - \theta_{x,i,p-1/2}) / \Delta t \quad (11.d)$$

$$\dot{\theta}_{y,i,p} = \partial \theta_{y,i,p} / \partial t = (\theta_{y,i,p+1/2} - \theta_{y,i,p-1/2}) / \Delta t \quad (11.e) \quad \dot{\theta}_{z,i,p} = \partial \theta_{z,i,p} / \partial t = (\theta_{z,i,p+1/2} - \theta_{z,i,p-1/2}) / \Delta t \quad (11.f)$$

式(9)(10)(11)が動的緩和法の3つの基本式である。解の改良を繰り返しながら反復計算を行う。時間の進行とともに変位速度と変位が収束する。

3. 適用例

詳細は講演当日にゆずる。

参考文献

- 1) 三上市蔵, 竹原和夫, 狩野哲也, 濱谷秀一: 有限要素法を適用した動的緩和法による PC クラスタ型並列計算処理, 第57回年次学術講演会概要集, 土木学会, pp. 301-302, 2002. 9.
- 2) Kyuichiro Washizu: Variational Methods in Elasticity and Plasticity, Pergamon Press, pp. 55-56, 1975.
- 3) I. M. スミス(戸川隼人訳): 有限要素法のプログラミング-構造・流体・地盤への応用-, ワイリー・ジャパン, pp. 42-45, 1984. 4.

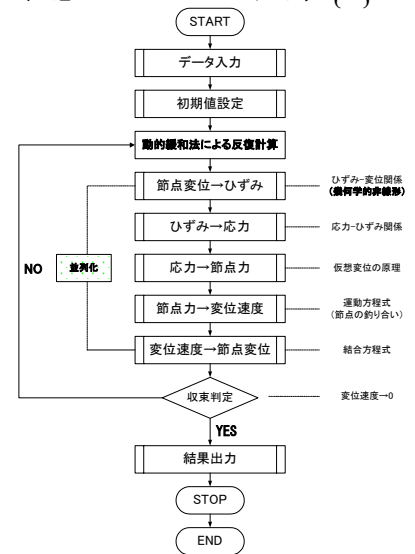


図-2 解析フロー