有限要素法による壁関数の具体化と平板空気力の評価

日本大学理工学部　正会員　○長谷部　寛
日本大学理工学部　正会員　　野村　卓史

1.はじめに

物体周りの乱流場を k-ε モデルにより解析する場合，固体境界の境界条件を扱う手法の一つに壁関数がある．Mohammadi らは，図 1 に示すように固体境界をスリップ条件として考え，対数則から評価される壁面摩擦応力 τ_w を境界条件に用いることによって，壁関数を有限要素法で具体化している [1]．しかし，固体境界をスリップ条件とすると，斜め境界の扱いが複雑になるので，橋梁断面等の複雑構造物周りの流れを解くには，固体境界上で流速を規定する方が望ましい．

本研究では壁関数を用いる場合の固体境界上の流速を工夫し，迎角をつけた扁平な平板に作用する空気力を評価することで，その有効性を確認した．

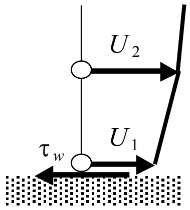


図 1　Mohammadi らの壁関数

2.解析手法

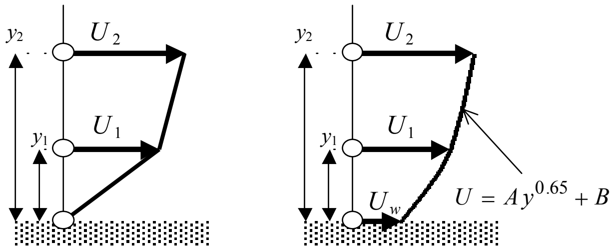
乱流モデルには標準 k-ε モデル [2]を用い，その基礎方程式を有限要素法により離散化した．空間は双線形四角形要素で分割し，流速 U_i, 乱流エネルギーk, エネルギー散逸率 ε には双線形分布，圧力 P，渦粘性係数 ν_t には要素内一定分布の補間関数を用いた．また，安定化手法として SUPG 法を適用し，時間方向の離散化には Predictor-Corrector 法を用いた．

3.固体境界における流速の境界条件の工夫

一般的に，固体境界上では図 2（a）に示すように流速がゼロとなるすべりなし条件を用いる．本研究では，壁関数を用いる場合の固体境界上の流速 U_wを，図 2（b）に示すように，境界の 1 つ外側と 2 つ外側の節点における流速 U_1, U_2, 境界からの鉛直距離 y_1, y_2 を用いて指数関数で外挿する工夫を施した．

壁関数では乱流エネルギーk，散逸率 ε の境界値を，

$$k = \frac{u_\tau^2}{\sqrt{C_\mu}} \quad , \quad \varepsilon = \frac{u_\tau^3}{\kappa \quad \delta y} \qquad (1)$$



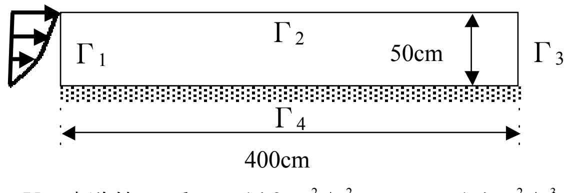
（a）すべりなし　　（b）指数関数外挿

図 2　壁関数における流速の境界条件

として与える．u_τ は壁面摩擦速度で，図 1，図 2 (a)，（b）における流速 U_1 が対数則に従うと仮定し得られる．δy は最小要素厚さであり，図 2（a)，（b）の y_1 に相当する．C_μ，κ は定数で，それぞれ 0.09，0.41 である．

4.チャネル乱流の解析

図 3 に示すチャネル乱流を解析し，Hussain & Reynolds [3] の実験と比較した．ここで，壁関数を用いる Γ_4 上の流速の境界条件を，図 2 のすべりなし条件と指数関数により外挿する方法の 2 ケースについて解析した．図 4 は流出境界 Γ_3 における流速分布を対数則と比較したものである．指数関数で外挿することにより，流速分布は対数則に近い分布となっている．壁関数は境界近傍の流速が対数則に従うことを仮定しているから，指数関数外挿により良い結果が得られることが示されている．



Γ_1 ：　U = 実験値　，$k_{\max} = 14.3 cm^2/s^2$　，$\varepsilon_{\max} = 1.4 cm^2/s^3$

Γ_2 ：　$V = \partial k/\partial x_j \cdot n_j = \partial \varepsilon/\partial x_j \cdot n_j = 0$

Γ_3 ：　$\sigma_{ij} \cdot n_j = \partial k/\partial x_j \cdot n_j = \partial \varepsilon/\partial x_j \cdot n_j = 0$

Γ_4 ：壁関数（U = すべりなし条件あるいは指数関数外挿）

図 3　チャネル乱流解析条件

キーワード：有限要素法，壁関数，k-ε モデル
連絡先：〒101-8308　東京都千代田区神田駿河台 1-8-14　TEL/FAX：03-3259-0411

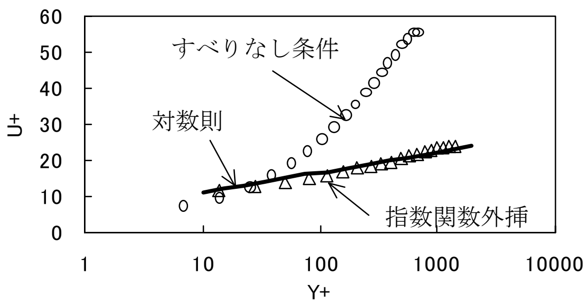


図 4　対数則との比較

5.扁平な平板に作用する空気力の評価

固体境界上の流速を指数関数で外挿する壁関数を用いて，迎角をつけた扁平な平板に作用する空気力を評価した．図 5 に解析条件を示す．

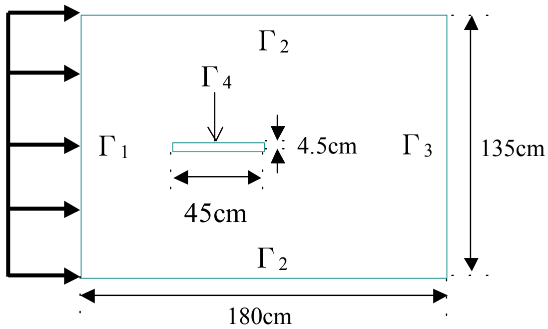
平板に迎角をつけた場合，平板表面固体境界が斜め境界となる．この状態は図 6 に示すように，境界に対し接線方向の流速成分が対数則を満たすものと仮定し，境界近傍の節点の境界接線方向流速を指数関数により外挿して壁関数を用いた．

図 7 は平板に作用する空気力を，理論値および嶋田の解析結果[4)]と比較したものである．本研究では，迎角 α を 3°,6°,9° として解析を行なった．揚力係数，モーメント係数ともに嶋田の結果に近い解が得られた．

6.まとめ

固体境界上の流速を指数関数で外挿することにより，壁関数を有限要素法で具体化した．斜め境界となる迎角をつけた平板周りの流れの解析を行ない，空気力を数値解析的に評価した．その結果，既往の研究に近い解を得ることができた．

謝辞：本研究を進めるにあたり，JFE 日本鋼管株式会社の加藤真志氏，村上琢哉氏から御助言を頂きました．ここに記して深謝いたします．



Γ_1: $U = 324.7cm/s, k = 42.2cm^2/s^2, \varepsilon = 7.9cm^2/s^3$

Γ_2: $V = \partial k/\partial x_j \cdot n_j = \partial \varepsilon/\partial x_j \cdot n_j = 0$

Γ_3: $\sigma_{ij} \cdot n_j = \partial k/\partial x_j \cdot n_j = \partial \varepsilon/\partial x_j \cdot n_j = 0$

Γ_4: 壁関数（$U_i \cdot t_i$ = 指数関数外挿）

図 5　平板周り乱流場解析条件

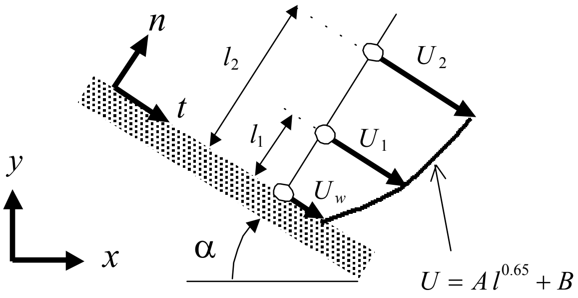


図 6　斜め境界に対する流速の外挿法

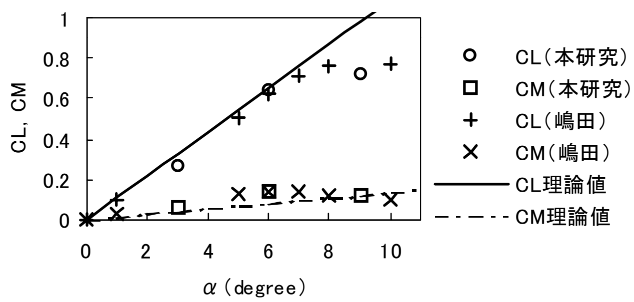


図 7　空気力係数の比較

参考文献：

1）B.Mohammadi and O.Pironneau（1994）：Analysis of the K-Epsilon TURBULENCE MODEL , MASSON

2）数値流体力学編集委員会編（1995）：数値流体力学シリーズ 3　乱流解析，東京大学出版会

3）Hussain,A.K.M.F. and Reynolds,W.C.（1975）：Measurements in Fully Developed Turbulent Channel Flow，*Trans. ASME, J. Fluids Eng.*，Vol.97，pp.568-580

4）独立行政法人土木研究所（2002）：経済性を考慮した超長大橋の耐風設計法に関する共同研究報告書（その 2），共同研究報告書　第二七九号