成層波動場での散乱体による波動散乱問題

東京理科大学大学院　学生会員　石井猛夫
東京理科大学　　　　　正会員　　東平光生

１.はじめに

成層波動場中の散乱体による散乱波の解析は、Green 関数の複雑な表現形式によることもあり、これまであまり行われてこなかった。ここでは、Green 関数のスペクトル表現[1]と境界積分方程式を用いて、実際に散乱波の解析を試みたので、この結果について報告する。

２．解析手法の概要

散乱問題は，波動層においてグリーン関数のスペクトル表現をもつ境界積分方程式法によって解析される．散乱体の外側領域では，境界積分方程式は以下のように表現される．

$$c_e(\mathbf{r})u_e(\mathbf{r})+\int_\Gamma T(\mathbf{r},\mathbf{r}')u_e(\mathbf{r}')d\Gamma(\mathbf{r}')=\int_\Gamma G_e(\mathbf{r},\mathbf{r}')q_{ne}(\mathbf{r}')d\Gamma(\mathbf{r}')+u_I(\mathbf{r})$$

ここで，u_I は入射波であり，自由項の係数，$\mathbf{r}$ はフィールド点，$\mathbf{r}'$ はソース点，q_{ne} は変位ポテンシャルの導関数つまり，

$$q_{ne}(\mathbf{r}')=n_e'\nabla' u_e(\mathbf{r}')$$

そして G_e，T_e はそれぞれ媒質層におけるグリーン関数の表面層と下層の核である．グリーン関数のスペクトルは，文献[1]より以下のように表現できる．

$$G_e(\mathbf{r},\mathbf{r}')=\frac{i}{4}\sum_{k_m\in\sigma_{p+}}H_0^{(2)}(k_m|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|)\varphi_m(z)\varphi_m(z')\rho_e(z')$$

$$-\frac{i}{4}\int_{\sigma_{c+}}\frac{k}{|k|}H_0^{(2)}(k|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|)\psi_k(z)\psi_k(z')\rho_e(z')dk$$

$$T_e(\mathbf{r},\mathbf{r}')=\mathbf{n}_e'\cdot\nabla G_e(\mathbf{r},\mathbf{r}')$$

$$=\frac{i}{4}\sum_{k_m}\Big(H_1^{(2)}(k_m|r-r'|)\varphi_m(z)\varphi_m(z')\rho_e(z')\mathbf{n}_e'\cdot\nabla'|r-r'|$$

$$-H_0^{(2)}(k_m|r-r'|)\varphi_m(z)\varphi_m(z')\rho_e(z')\mathbf{n}_e'\cdot\nabla' z'\Big)$$

$$+\frac{i}{4}\int_{\sigma_{c+}}\frac{k}{|k|}\Big(H_1^{(2)}(k|r-r'|)\psi_k(z)\psi_k(z')\rho_e(z')\mathbf{n}_e'\cdot\nabla'|r-r'|$$

$$-H_0^{(2)}(k|r-r'|)\psi_k(z)\psi_k'(z')\rho_e(z')\mathbf{n}_e'\cdot\nabla' z'\Big)dk$$

ここで、$H_p^{(2)}(\cdot)$ は p 次の第二種ハンケル関数であり、$|r-r'|$ はグリーン関数のソース点とフィールド点の水平方向距離であり、φ_m と ψ_k は離散スペクトルと連続スペクトルである。

次に、散乱体の内部領域では境界積分方程式は以下のように表現される。

$$c_i(\mathbf{r})u_i(\mathbf{r})+\int_\Gamma T_i(\mathbf{r},\mathbf{r}')u_i(\mathbf{r}')d\Gamma(\mathbf{r}')=\int_\Gamma G_i(\mathbf{r},\mathbf{r}')q_{ni}(\mathbf{r}')d\Gamma(\mathbf{r}')$$

ここで、c_i は境界積分方程式の自由項の定数であり、q_{ni} は以下のような変位ポテンシャルの導関数である。

$$q_{ni}(\mathbf{r}')=-\mathbf{n}_e'\cdot\nabla' u_i(\mathbf{r}')$$

そして、G_i と T_i は低速域の内部領域に対するグリーン関数の表面層と下層のグリーン関数の核であり、以下

キーワード　グリーン関数，境界積分方程式
連絡先　　〒278-8510 千葉県野田市山崎 2718　TEL04-7124-1501

のように表せる。

$$G_i(\mathbf{r},\mathbf{r}') = \frac{1}{4\pi|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}\exp(-ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|)$$

$$T_i(\mathbf{r},\mathbf{r}') = -\mathbf{n}'_{\mathbf{e}} \cdot \nabla' G_i(\mathbf{r},\mathbf{r}')$$

３．解析結果

Fig.1 の解析モデルは，半無限空間において，楕円状の低速域が埋めこめられた二層波動場である．下層の密度と位相速度は 1.0g/cm³ と 1.0km/s であり，表面層では，それぞれ 1.0g/cm³ と 2.0km/s である．また，表面層の厚さは 1.0km である．低速域の密度と位相速度は 1.0g/cm³ と 0.5km/s である．そして，入射平面波のベクトル方向は $\mathbf{a} = (1,1,-1)$ であり，変位は 1 である．Fig.2 は、楕円体の境界要素を示している。Fig.3 では y=0.0km,z=0.5km での散乱の様子を比較した．散乱体近くでは散乱波の影響が大きいことがわかる。Fig.4 では平面 z=0.5km での散乱波動場の変位ポテンシャルを示し、ほぼ同心円状に散乱波が広がることがわかる．

４．まとめ

グリーン関数のスペクル表現と境界積分方程式により波動散乱問題を解析した結果、散乱体の近くでは自由場と比較すると，散乱波の影響が大きく、前方に散乱波が伝播することが確認できた．また散乱物体と平面波の相互作用による散乱波は、ほぼ同心円上に広がり、入射波動場を乱すことがわかった。

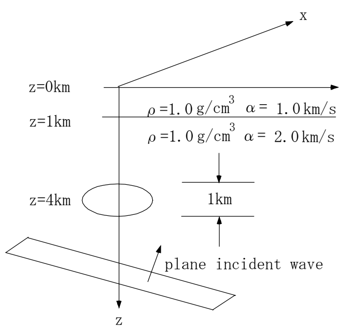

Fig.1 Analyzed model

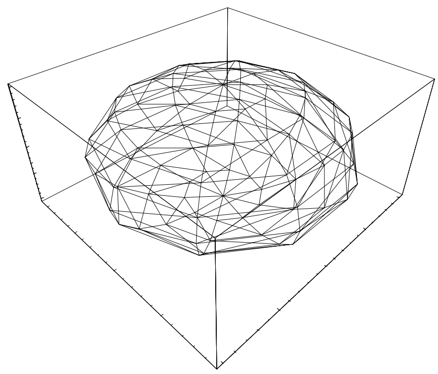

Fig.2 Boundary elements

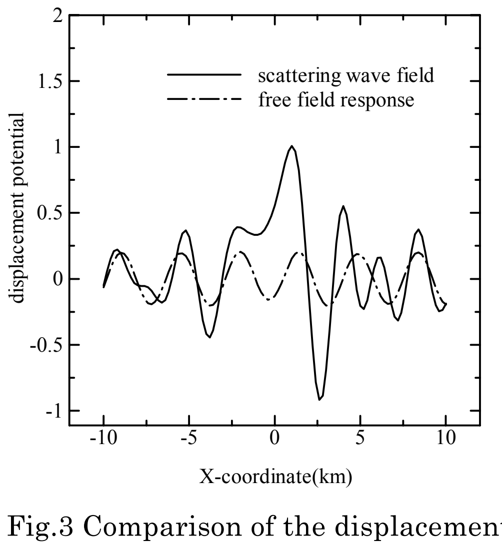

Fig.3 Comparison of the displacement Potential(y=0.0km,z=0.5km)

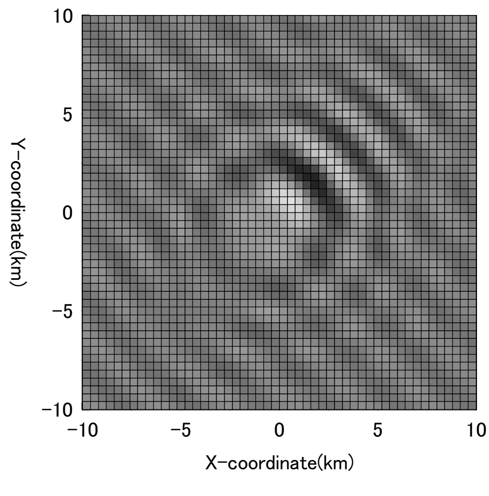

Fig.4 Displacement potential(z=0.5km)

参考文献

1）Touhei,T.:A scattering problem by means of the spectral representation of Green's function for a layered acoustic half space.Comput Mech 25 (2000) 477-488