

Voronoi 多角形を用いた HPM による材料のミクロレベル解析

○法政大学 学生会員 大木 裕久

法政大学 正会員 竹内 則雄

(株) 竹中工務店技術研究所 正会員 上林 厚志

1. はじめに

コンクリートは部材寸法等の諸条件により力学的挙動が複雑に変化し、その非線形的な挙動をマクロ的な立場により把握するのは困難である。しかし、実際の挙動は領域内で生じるマイクロクラック、つまりマイクロレベルに起因する。本論文では、ハイブリッド型の仮想仕事の原理にペナルティを導入したハイブリッド型ペナルティ法を用いて、この部分領域にボロノイ多角形を適応させ材料のミクロレベルでの解析を行う。

2. ハイブリッド法

いま、図 1 の領域 Ω は境界 $\Gamma^{(e)}$ で囲まれた M 個の部分領域 $\Omega^{(e)}$ から構成されているものとする。ハイブリッド型の仮想仕事の原理では、境界において付帯条件を Lagrange の未定乗数 λ を用いて仮想仕事式に導入する。いま、隣接する 2 つの要素境界面数を N とするとハイブリッド型の仮想仕事式は式(2)のように表せる。なお Lagrange の未定乗数 λ は部分領域 $\Omega^{(a)}, \Omega^{(b)}$ の境界 $\Gamma_{<ab>}$ 上の表面力を意味する。

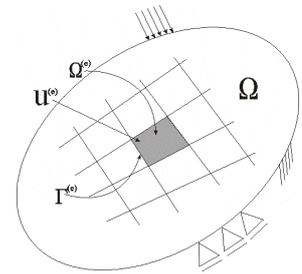


図 1 部分領域 $\Omega^{(e)}$
と閉境界 $\Gamma^{(e)}$

$$\sum_{e=1}^M \left(\int_{\Omega^{(e)}} [L\delta u]^t \sigma d\Omega - \int_{\Omega^{(e)}} \delta u^t f d\Omega - \int_{\Gamma_{<s>}} \delta u^t T d\Gamma \right) - \sum_{s=1}^N \left(\delta \int_{\Gamma_{<s>}} \lambda^t (\dot{u}^{(a)} - \dot{u}^{(b)}) d\Gamma \right) = 0 \quad (1)$$

本手法では、部分領域 $\Omega^{(e)}$ 内の 1 点における剛体変位、剛体回転 $d^{(e)}$ に加え、部分領域内で一定なひずみ $\epsilon^{(e)}$ を自由度とし、要素毎に独立に設定する。仮定する変位場 $u^{(e)}$ を以下に示す。

$$u^{(e)} = N_d^{(e)} d^{(e)} + N_\epsilon^{(e)} \epsilon^{(e)} \quad (2)$$

このように、本論文で用いる変位場は、従来の FEM とは異なり、節点において変位を共有しない。すなわち節点は領域形状を認識するために用いるのであって、自由度を設けるための節点ではない。さらに、Lagrange の未定乗数は、物理的には表面力を意味し、境界 $\Gamma_{<ab>}$ 上の表面力 $\lambda_{<ab>}$ と相対変位の関係を式(3)のように表す。

$$\lambda_{<ab>} = k \cdot \delta_{<ab>} \quad (3)$$

ここで、 $\delta_{<ab>}$ は部分領域境界面 $\Gamma_{<ab>}$ 上の相対変位を表しており、 k はばね定数に対応する係数行列である。また、ハイブリッド型の仮想仕事式では、近似的に部分領域境界面上で変位の連続性を確保するため、極めて堅いばねを設ける必要がある。そこで本手法では、ばね定数をペナルティ関数と考え、以下のように仮定する。

$$k=p \quad (4)$$

3. ボロノイ分割とデローニ三角分割

ボロノイ分割とは平面上に n 個の点 $P_i(x_i, y_i) (i=1, n)$ が与えられたとき、点 P_i の“勢力圏” $V_n(P_i)$ を下記の様に

$$V_n(P_i) = \bigcap_{i \neq j} \{P \mid d(P, P_i) < d(P, P_j)\} \quad (5)$$

定義し、これを点 P_i に対するボロノイ多角形という。ここで $d(P, P_i)$ は点 P と点 P_i の Euclid 距離である。そして $V_n(P_i) (i=1, n)$ による平面分割がボロノイ図である。ボロノイ図において点 P_i と点 P_j のそれぞれに対応するボロノイ多角形が共有辺を持つとき、点 P_i と P_j とを線分で結ぶことによって、 $P_i (i=1, n)$ の凸包三角分割が得られ

キーワード：ハイブリッド型ペナルティ法、ボロノイ分割法

〒184-8584 東京都小金井市梶野町 3-7-2

る。これは、ボロノイ図を平面グラフと見たときの相対グラフであり、デローニ三角形分割と呼ばれている。

本論文ではデローニ三角分割からボロノイ分割図を作成し、最終的に領域内に収まらなかったボロノイ線进行处理する。処理方法としては図2に示すように、解析領域の各境界辺の外側に対して線対称となるような鏡像点を設け、その中から解析領域のみを抽出する。

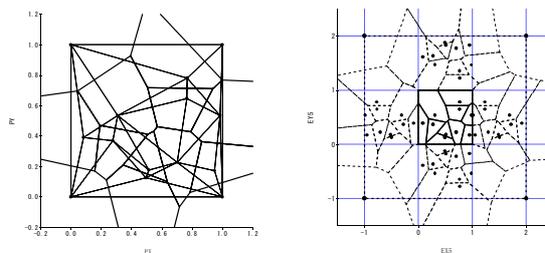


図2 ボロノイ分割と境界の処理

4. 数値解析結果

図3に解析モデル図とその荷重方法を示す。境界条件は下部に鉛直方向、水平方向は中央のみとする。表1は解析に用いた材料定数である。なお、網掛け部は剛性を高くしている。

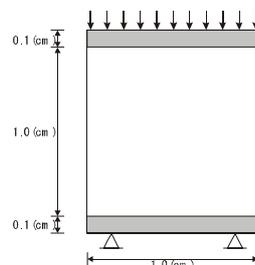


図3 解析モデル図

図4に解析対象とした50,100,200の要素分割図を、図5には最大荷重時でのひび割れ外形図を示す。図より分割数の多いモデルほど卓越したひび割れ形状を示す傾向が見られた。また、要素分割数の細かい200要素では50要素に比べ、ひび割れの進展が顕著に見られる事より要素分割数、要素形状に左右される事が伺える。

表1 解析に用いた材料定数

	コンクリート
ポアソン比	0.3
単位体積重量(kgf/cm ³)	0.0
コンクリート板厚(cm)	1.0
粘着力(kgf/cm ²)	41.1
内部摩擦角(°)	37.0
引張強度(kgf/cm ²)	30.0
弾性係数(kgf/cm ²)	3.0E+05

乱数で発生させた点をすべて母点として採用する手法では、分割数が細かいほど、そのボロノイ要素形状に不均一性を与えてしまう。つまり乱数点は分割領域の複数の局所的な部分に集中して発生してしまい、節点の支配領域を表すボロノイ要素の特性上、特に領域境界付近の要素境界辺に特異性が見られるため、ボロノイ要素形状の不均一性の改良が必要となってくる。そこで、乱数つまりボロノイ母点を与える時点で母点間の距離を制限することで、より均一性の取れた要素分割となり、ひび割れに関しても擬似的にマイクロクラックを表現出来るものと考えられる。

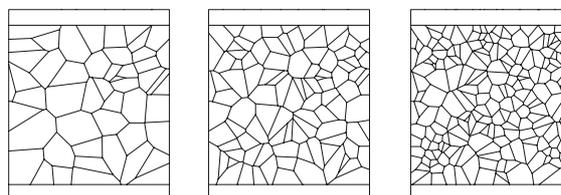


図4 要素分割図(50, 100, 200)

図6は荷重変位曲線を示す。図より3ケースともほぼ一致した曲線が得られた。また、要素分割数が多くなるにつれ若干ではあるが剛性低下も見られた。

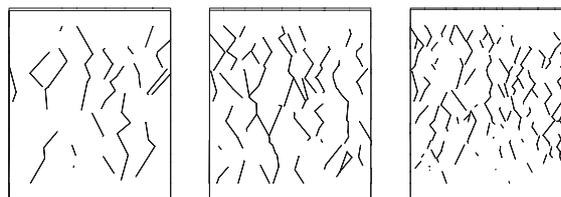


図5 ひび割れ外形図(50, 100, 200)

5. まとめ

本論文では HPM の部分領域にボロノイ分割を適応させたミクロレベルでの解析を行い、要素分割数の相違が全体の力学的挙動に与える影響について比較検討を行った。

その結果、ひび割れ外形図から要素分割数を増やしたモデルほど卓越したひび割れ現象が見られた。また、荷重変位曲線に関しても3ケースとも類似した曲線が得られた。

今後の課題として乱数発生時に母点間の距離に制限を与え、均一性の取れた要素分割の状態要素分割数を増やした1000要素に関して比較することで、ひび割れに関して擬似的にマイクロクラックを表現できると考えられる。

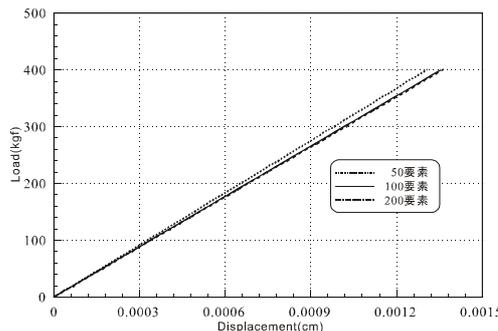


図6 荷重変位関係