弱中心投影モデルによる三次元画像計測法の基礎的研究

京都大学大学院　学生員　○稲垣　徳馬
京都大学大学院　正会員　小野　徹

１．はじめに　デジタル写真測量では，被写体の表面にターゲットを貼り，多方向から重複撮影し計測する．一つのターゲットは複数の写真に写るので，それがどの写真のどの位置に写っているのかを調べ，その点の三次元座標を逆算する．従来の中心投影モデルを用いた写真測量では，カメラの焦点距離を固定して撮影する必要があった．そのため，空間的な拘束条件がある場合，十分強固な観測ネットワークができずに精度の低下がみられた．そこで，焦点距離を変えてもよい弱中心投影モデルを用いた調整計算を考案した．

２．アフィン幾何学に基づいた標定法　中心投影モデルを用いると焦点距離を固定して撮影しなければならないので，遠い点を拡大したり，近接撮影と遠方撮影を組み合わせたりできない．また巨大な対象物の場合撮影位置が制限されてしまい，強い計測ネットワークを確保できないこともありうる．そこで投影関係式に焦点距離を表すパラメータが存在せず，実計測でも様々な焦点距離で撮影できるアフィン幾何学に基づいた標定法を利用する．被写体がアフィン投影により画像に投影されたとき，被写体の対象点座標 $P(X,Y,Z)$ とアフィン投影画像座標 $p_{\mathrm{c}}(x_{\mathrm{c}},y_{\mathrm{c}})$ との投影関係は以下の投影関係式により表せる．

$$\begin{aligned} x_{\mathrm{c}} &= A_1X + A_2Y + A_3Z + A_4 \\ y_{\mathrm{c}} &= A_5X + A_6Y + A_7Z + A_8 \end{aligned} \tag{1}$$

ここで A_{i} $(i = 1 \sim 8)$ は独立な係数である．これら８個の標定要素は被写体空間内に４個の基準点があれば一義的に決定できる．

３．弱中心投影モデル　アフィン幾何学に基づいた標定法により焦点距離を固定する必要はなくなったが，工業計測においては対象の絶対座標でなく三次元形状のみを問題とするため，被写体空間に基準点を置かないことから，解より形成されるモデル空間と実際の被写体の形状とが相似でなくなる可能性が生じる．この性質は，被写体の三次元立体形状を再現しようという工業計測のおいては致命的である．そのため，アフィン幾何学における投影関係式に次の制約条件を加えることにより，解から築き上げられる形状と実際の形状とに相似な関係を成立させようというのが弱中心投影モデルである．

条件１…光線は，画像に対し垂直に入射
条件２…画像の縮尺は x,y 方向で同縮尺

弱中心投影モデルの投影関係式は中心投影モデルの投影関係式を変形し次式となる．

$$\begin{aligned} x_{\mathrm{a}} - x_{\mathrm{a0}} &= m(a_{11}X + a_{12}Y + a_{13}Z) \\ y_{\mathrm{a}} - y_{\mathrm{a0}} &= m(a_{21}X + a_{22}Y + a_{23}Z) \end{aligned} \tag{2}$$

この式の中には，$x_{\mathrm{a0}}, y_{\mathrm{a0}}, m, \omega, \phi, \kappa$（$a_{11} \sim a_{23}$ は ω, ϕ, κ の関数）という６個の独立な未知標定要素が存在する．式 (2) を一般化すると，式 (1) と全く同形．結局，一般化により未知量が２個 (幾何学的には条件１，２に相当) 増える．言い換えれば式 (1) は条件１，２を満たしていないといえ，弱中心投影モデルにおいて式 (1) を用いる際，条件１，２を補うため次の制約条件式が必要となる．

$$\begin{aligned} A_1A_5 + A_2A_6 + A_3A_7 &= 0 \\ A_1^2 + A_2^2 + A_3^2 &= A_5^2 + A_6^2 + A_7^2 \ (= m^2) \end{aligned} \tag{3}$$

式 (1) には８つの未知パラメータが存在したが，以上２式により独立な未知パラメータを６個に減らすことができる．

４．弱中心投影モデルの幾何学的性質　弱中心投影モデルは投影関係が平行投影であるため近接より遠方撮影に向いているといえる．遠方撮影の場合，中心投影モデルでは標定要素間に大きな相関が発生し，しかも標定要素の線形独立性が低いため，悪条件になり調整計算がうまくいかない場合が多い．弱中心投影モデルでは，投影関係式が標定要素について線形であるためこの問題は生じない．

５．弱中心投影モデルの統計学的性質　弱中心投影モデルの投影関係式には，式 (2) のように６個の独立なパラメータが存在する．したがって，２枚の重複画像で考えるとすれば，未知パラメータは 12 個となる．交会条件により 4 つのパラメータを決定できるので，モデル空間と実際の被写体空間との関係を規定する要素は $12 - 4 = 8$ 個となる．しかし相似変換のパラメータは７個 (平行移動３

Tokuma Inagaki,Tetsu Ono

個, 回転３個, スケール) であるので，余分なパラメータが一つ存在することになり，解より得られるモデルは被写体と相似とは限らなくなる．

そこで，３枚の重複画像で考えてみると，未知パラメータは 6 × 3 = 18 個となる．３枚の重複画像の対応点の交会条件を考えると，２枚ずつの対応が３組できるので 3 × 4 = 12 個の未知パラメータが決定できるはずである．しかし, 未知パラメータ間に 1 つの拘束条件が成り立ち，交会条件から決定できる独立なパラメータは 12 − 1 = 11 個となる．以上より，３枚の重複画像から得られるモデル空間と実際の被写体空間との関係を規定する要素は 18 − 11 = 7 個となり，相似変換のパラメータ数と一致させることができる．

まとめると，被写体と相似なモデルを得るために, 中心投影モデルでは２枚の重複画像で十分であるのに対し，弱中心投影モデルでは３枚の重複画像が必要であることがわかる．そのため，１つの対象点に対する観測数を考えれば，統計学的には弱中心投影モデルの方が不利であるといえる．よって，弱中心投影モデルは汎用的に用いるのではなく，中心投影モデルでは空間的制約が厳しく高精度の解を期待できない場合に用いるべきであるといえる．

６．simulation による評価

simulation では図１で示した形状の被写体を対象とした. 各段に 7 個ずつ計 21 個のターゲットを設置した. 評価方法は, 画像上の標準誤差と, 与えた各ターゲット座標の真値と計算で得られた三次元座標とを比較した外的精度を採用した.

simulation1 では, 大きく異なる撮影距離での撮影を想定し, 図１の A と C の位置から 5 枚撮影するものとした. 中心投影モデルでは焦点距離を 200mm で固定し, 弱中心投影モデルでは A で 30mm,C で 200mm とした. 結果は表１に示した. 弱中心投影モデルを用いることで画像の標準誤差・外的誤差共に大幅な精度の向上が認められる. 以上から弱中心投影モデルを用いることにより焦点距離を変えての計測つまり大きく異なる撮影距離での計測が可能になることがわかった.

simulation2 では, 遠方撮影において Z 方向 (奥行き) の凹凸が少ない被写体を撮影した場合の中心投影モデルと弱中心投影モデルとの精度の違いについて検証する. 撮影位置は図１の B,C とし, 計 5 枚撮影するものとした. 結果は表２に示した. 中心投影モデルが不得意とする遠方撮影において, 弱中心投影モデルを用いることで高い精度を得ることを確認できた.

参考文献 秋元圭一, 服部進:画像計測の基礎, 岡山職業能力開発短期大学校紀要 第 11 号, 1997.P23-P38

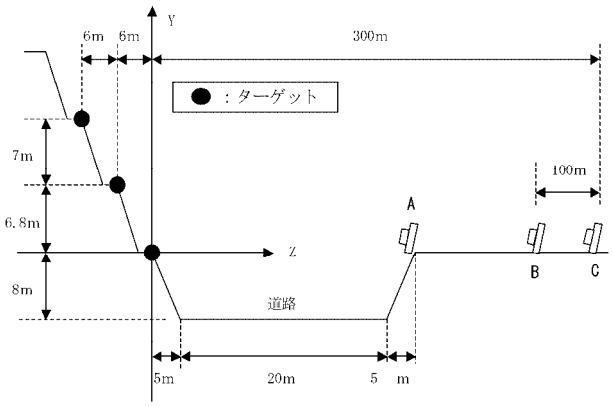

図 1: simulation での被写体形状

		中心投影	弱中心投影
画像の標準誤差		0.0207802	0.0013969
外的精度	X 座標	6203.9	3.6046
	Y 座標	4102.3	2.6152
	Z 座標	3563.9	8.5769

表 1: simulation1 の解析結果（単位:mm)

		中心投影	弱中心投影
画像の標準誤差		0.0010424	0.0010869
外的精度	X 座標	7.1782	2.4002
	Y 座標	5.9938	1.6376
	Z 座標	14.5620	8.3566

表 2: simulation2 の解析結果（単位:mm)