リスク曲線のパラメータ変化の統計的評価に関する研究

独立行政法人 産業安全研究所　正会員　花安 繁郎

1. はじめに

災害・事故解析手法の一つとして，災害による被害規模を変数として，被害規模とその被害を越える災害発生件数との関係を両対数紙上で表した曲線（リスク曲線）による分析法がある。筆者らのこれまでの研究から，リスク曲線は Kalpan らによるリスクの定義そのものを表現していること，およびリスク曲線を表す確率分布のパラメータは，分析対象システム群の安全性の程度を一元的に評価することが可能であり，かつ異なる種類の災害間でのリスクの定量的比較を行うことが可能な統計的指数であることが明らかにされている。

ここでは，産業現場での安全対策による効果を統計的に評価する手法，とくに災害による被害低減を統計的に評価するモデルを確立することを目的として，被害規模がリスク曲線で示されることを踏まえて，その曲線形状の変化を統計的に評価する方法について検討を加えた。

2. リスク曲線の確率的表現

これまでの多くの災害事例分析結果から，リスク曲線は基準化された被害規模とリスク曲線のパラメータで記述でき，統計学上ではパレート分布と呼ばれる式で表現されることが分かっている。図-1 には,事例として 1977 年～1994 年までの 18 年間に,我が国の建設工事で発生した重大労働災害（一度に 3 人以上の被災者を含む災害）の被害規模と基準化した被害のリスク曲線を示した。

図に示される被害規模分布のパラメータ（リスク曲線の傾き）が分かれば，被害規模確率分布を規定できるので，過去の災害データを用いて将来発生する大規模災害の再現期間の予測や，一定期間中での期待被害値の推定を行うことができる。このように,分布のパラメータがどのように変化しているかを統計学的に評価することは，事業場での安全管理の効果を判断する上で重要な情報を与える。

このリスク曲線のパラメータを推測する手法には，積率法，最尤法などさまざまな方法がある。このうち，分布のパラメータを確率分布として推測する手法として，ベイズの定理を用いて被害規模データから得られる事後確率分布として求める方法がある。N 個の被害規模データが得られたとき，ベイズ方式によるパラメータの分布 $g(n)$ は事後確率分布として次式で与えられる。

$$g(n) = \frac{(n-1)^N}{N!}\{\ln(\prod_{i=1}^{N} r_i)\}^{N+1} \cdot (\prod_{i=1}^{N} r_i)^{1-n} \tag{1}$$

r_i ：i 番目災害の基準化被害規模　　$i = 1, \cdots, N$

また，この事後確率分布は，災害データが比較的多ければ正規分布で近似できることが分かっている。従って，リスク曲線の形状変化を調べることは，統計学的には被害規模分布パラメータの事後確率分布の変化を調べることに帰着する。災害データより得られる事後確率分布のパラメータの変化を検証する方法として，ここでは，ベイズ仮説検定法を用いてリスク曲線パラメータ変化を評価することを試みた。

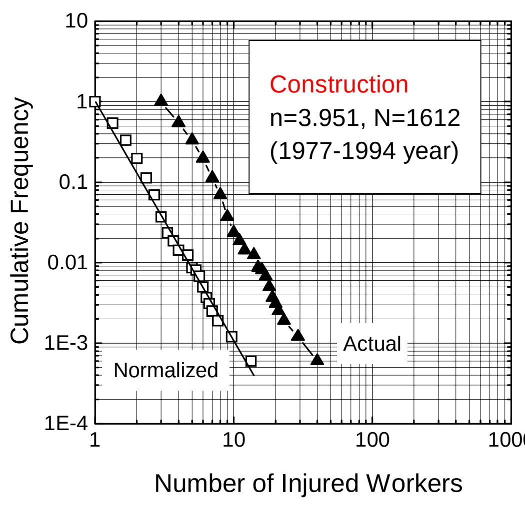

図-1　建設工事重大労働災害のリスク曲線

Keywords：リスク曲線，パラメータ分布，ベイズ仮説検定
連絡先：　〒204-0024　東京都清瀬市梅園 1-4-6　TEL. 0424-91-4512，FAX 0424-91-7846

3. ベイズ仮説検定法によるリスク曲線パラメータ変化の統計的評価

ベイズの定理から確率分布として得られるパラメータについて，その変化を検証するためのベイズ仮説検定法は下記の手順によってなされる。

1) 確率分布のパラメータに関する帰無および対立仮説を設定する。
2) 実現値に基づき，事前分布と事後分布の下での帰無および対立仮説に対する実現可能性(賭け率：odds)の値を求める。
3) 算出した odds を基に各仮説の実現可能性の比（ベイズファクター）を求め，帰無仮説を採択するか棄却するかの意思決定を行う。

従来の仮説検定法では，確率変数の実現値を評価するための検定棄却域を予め定めておくことが必要であるのに対して，ベイズ仮説検定法では，たんにパラメータに関する事前確率分布と事後確率分布の帰無および対立仮説の下での実現可能性の比（ベイズファクター）を求めればよい。すなわち，事後分布の下での対立仮説と帰無仮説の実現確率比に対する事前分布のそれとの比を求めることにより，帰無仮説の採択あるいは棄却を行う。

事例分析として，ここでは，構造物の倒壊による重大労働災害のリスク曲線のパラメータ変化について解析を試みた。図-2 に我が国の建設工事で発生した構造物の倒壊による災害について，その被害規模分布を 1990 年（1 年間，N=9 件：事前分布）と 1990~1994 年（5 年間，N =47 件：事後分布）のパラメータの分布を式(1)によって求めた結果を示した。1990 年の分布を計算する際の当初の事前分布は一様分布と仮定し，1990~1994 年の 5 年間の分布は，1990 年の分布を事前分布として求めたものである。

同図は，式(1)による厳密な解析結果である。単年（1990 年）のデータによる推定分布よりも，5 年間によるデータの推定分布は分散が小さくなっており，観測値が多くなると推定精度があがっている。観測値が多くなると正規分布で近似が可能である。

同図を用いて，リスク曲線のパラメータの変化に関する統計的な検証（事前分布の平均値 u_Bと事後分布のそれの変化）は以下の手順でなされる。まず，帰無仮説および対立仮説は以下に設定される。

$$\begin{aligned} &H_0 : u \le u_B \\ &H_1 : u > u_B \end{aligned} \qquad (2)$$

ここで，事前分布の下で帰無仮説 H_0 が真の確率をπ_0，また対立仮説 H_1 の下でのそれをπ_1 ($\pi_1 = 1 - \pi_0$) とする。同じく，事後分布の下での帰無および対立仮説が真である確率をそれぞれ α_0 とα_1 とする。ベイズファクターは次式で計算される。

$$B_{10} = \frac{(\alpha_1/\alpha_0)}{(\pi_1/\pi_0)} \qquad (3)$$

厳密解によって上記の値を求めるためには式(1)を積分した確率分布関数による計算を行わなければならないが，ここではより簡便な正規分布近似による計算結果を以下に示す。

この事例では，事前分布は N (3.778, 0.879^2) の正規分布で近似できるので，$P_r(u \le u_B = 3.778 \mid H_0) = P_r(u > u_B = 3.778 \mid H_1)$ より $\pi_0 = \pi_1 = 0.5$ となる。従って，事前分布による対立仮説と帰無仮説がそれぞれ真である確率の比は $\pi_1/\pi_0 = 1.0$ となる。一方，事後分布は N (3.963, 0.428^2) の正規分布で近似されることから，$\alpha_0 = P_r(u \le u_B = 3.778 \mid H_0) = 0.332$ ，$\alpha_1 = P_r(u > u_B = 3.778 \mid H_1) = 0.668$ が得られる。従って，事後分布の下での対立仮説と帰無仮説の実現確率の比は 0.67/0.33，約 2 対 1 で対立仮説 H_1が高いことになる。よって，ベイズファクターは $B_{10} = 2.012$ となる。Kass & Raftery (1995) による数表によれば，この値では帰無仮説 H_0 は棄却されない。すなわち，事後分布のパラメータの平均値は事前分布のそれよりも大きくはないとの結論に達する。

このように，ベイズ仮説検定法により，比較的簡便なリスク曲線変化の統計的評価が可能となる。

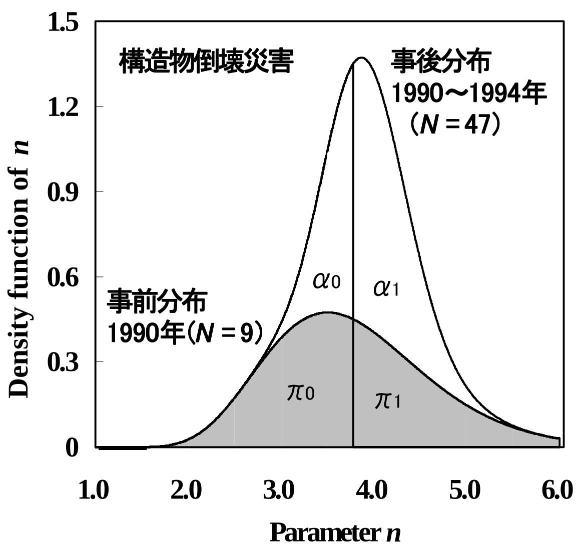

図-2 ベイズ仮説検定法によるパラメータの評価