

経済成長モデルによる動的防災投資戦略に関する分析

鳥取大学工学部 正会員 横松宗太
京都大学大学院 正会員 小林潔司

1. はじめに

大規模災害は多くの物的資産や資本を同時に破壊する。経済が成長した社会ほど災害による被害も増大し、復旧には長い期間を要することになる。その後、物的・人的資本ストック、産出水準、居住環境、心理的被害等が災害前の状態にまで回復したとき、通常、社会は災害から完全に復旧したと言われる。しかし、マクロ経済が成長しているとき、経済の損失は災害復旧期間における一時的な消費の低迷に止まらない。経済の損失を災害が生じなかった場合に辿る経路（without-case）との乖離によって評価しよう。このとき、被災した経済にとって復旧期間の長さに対応した経済成長の遅延がレベル効果として持続することになる。経済の成長率がwithout-caseの成長率に収束したとしても、without-caseが正の成長率を保持する限りは産出・消費のレベルがwithout-caseに追いつくことはない。

それに対して事前に防災投資を行うことによって災害時の被害を軽減することができる。被害レベルを軽減すれば、経済はより早期に成長過程に復帰することが可能となる。本研究では災害後に持続するレベル効果を制御するための防災投資戦略について分析する。経済成長モデルを定式化し、災害の事前における生産基盤と防災施設の間の最適投資配分について検討する。

2. モデル

任意の時刻 t を起点とする時間軸 $[t; 1)$ を考える。災害事象は到着率 $\tilde{n}$ のポワソン確率過程に従って到着すると仮定する。本研究では閉鎖経済を対象とする。家計数を1に基準化し、労働力は非弾力的であるとする。またAK技術を仮定し、生産水準を $f(k) = Ak(t)$ により表す。ただし $k(t)$ は時刻 t における生産資本ストックの水準、 A は生産資本の限界生産性を表す正の定数である。また社会の防災施設のストック水準を $\epsilon(t)$ ($\epsilon \geq 0$) により表し、防災資本と呼ぶ。両資本ストックとも減耗しない。また総資本ストックを $z(t) = k(t) + \epsilon(t)$ により表す。

災害が生起するとある期間、経済成長が停止する。本研究では災害生起後、再び経済成長が始まるまでの期間を復旧期間と呼ぶ。復旧期間の長さ R は $z(t)$ の増加関数、 $\epsilon(t)$ の減少関数とする。かつ R は $z(t)$ と $\epsilon(t)$ に関して0次同次であるとする。すなわち復旧期間関数は

$\epsilon(t) = \epsilon(t)z(t)$ により $R = R(\epsilon(t))$ と表され、以下の性質を満足すると仮定する。

$$\frac{dR(\epsilon(t))}{d\epsilon(t)} \hat{=} 0; \quad \frac{d^2R(\epsilon(t))}{d\epsilon(t)^2} \hat{=} 0 \quad (1a)$$

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0} R(\epsilon) = 1; \quad \lim_{\epsilon \rightarrow 1} R(\epsilon) = 0 \quad (1b)$$

家計は時間軸上で無限の視野をもつと仮定する。本研究はファーストベストの問題を扱い、社会厚生関数として代表的家計の生涯期待効用関数を採用する。家計の瞬間効用関数を $u(c(t))$ と表す。 $c(t)$ は時刻 t の消費水準を表す。 $u(c(t))$ は $u^0(c(t)) > 0$; $u^{00}(c(t)) \hat{=} 0$ を満たす。以後、 0,00 はそれぞれ1回、2回微分を表す。

3. 最適化問題の定式化

最適化問題を2つの期間「成長期間」と「復旧期間」に分けて定式化する。成長期間には経済は最適資本蓄積経路上で成長しており、生産資本と防災資本の双方へ正の投資が行われる。一方、災害が生起すると経済成長が停滞する。復旧期間には消費水準と両資本の水準が、災害が生起する直前の時点の水準のまま一定であると仮定する。本研究では災害リスクを、防災資本と総資本の水準に依存した復旧期間の長さだけ、経済成長の時間が失われるリスクとして捉える。なお2つの期間は循環関係にある。成長期間は災害が発生することによって復旧期間に移行する。一方、復旧期間には以下の2通りの終了の仕方がある。1) 復旧期間中に災害が生起し、復旧期間が再開する。2) 復旧期間が終了し、成長期間に復帰する。

成長期間の最適化問題を考えよう。時刻 t 現在の成長期間の社会厚生水準は、災害の到着時刻を終端時刻として次式のように表される。

$$EW^G(t) = E \int_t^1 u(c(\hat{t})) \exp \left\{ -\int_t^{\hat{t}} \alpha(\hat{t}) d\hat{t} \right\} g d\hat{t} + v^R(k(\hat{t}); \epsilon(\hat{t})) \exp \left\{ -\int_t^{\hat{t}} \alpha(\hat{t}) d\hat{t} \right\} g \quad (2)$$

ただし α は主観的割引率であり、 $\alpha < \tilde{n}$ と仮定する。 $v^R(k(\hat{t}); \epsilon(\hat{t}))$ は成長期間から復旧期間に移行するときの終端効用関数である。また $E \int_t^1$ は、確率変数である災害到着時刻 $\hat{t}$ に関する期待値操作を表す。 $E \int_t^1$ を計算することにより、成長期間の最適化問題は以下のよう

災害リスク、防災投資、経済成長、レベル効果

〒680-8552 鳥取市湖山町南4-101, TEL 0857-31-5311, FAX 0857-31-0882

に表される．

$$\max_{\zeta(t)} \int_t^{\infty} f(u(c(\hat{u})) + \tilde{n}v^R(k(\hat{u}); \hat{\epsilon}(\hat{u}))g - \tilde{A} \exp f \tilde{A}(\ddot{o} + \tilde{n})(\hat{u} - t)gd\hat{u} \quad (3a)$$

$$s.t. \quad z(t) = Az(t) - A\hat{\epsilon}(t) - c(t) \quad (3b)$$

$$k(\hat{u}) = z(\hat{u}) - \hat{\epsilon}(\hat{u}) \quad (3c)$$

$\zeta(t) = f(c(\hat{u}); \hat{\epsilon}(\hat{u}))u^2[t; \hat{u}]g$ は制御変数ベクトルである．

次に復旧期間の社会厚生水準を求める．過去の時刻 $\hat{t} (< t)$ に災害が発生し，現時点 t において復旧期間に在るとしよう．上述のように復旧期間には2通りの終了の仕方がある．上記の1) の場合の終端効用関数を $v^R(k(\hat{t}); \hat{\epsilon}(\hat{t}))$ とし，2) の場合のそれを $v^G(z(\hat{t}))$ と表す．復旧期間では消費・両資本の水準が一定であることに留意して1) 2) のケースの期待値を計算することにより，復旧期間の社会厚生水準が求められる．

$$EW^R(t) = \frac{u(c(\hat{t})) + \tilde{n}v^R(k(\hat{t}); \hat{\epsilon}(\hat{t}))}{\ddot{o} + \tilde{n}} \tilde{A} \exp f \tilde{A}(\ddot{o} + \tilde{n})(\hat{t} + R(\hat{\epsilon}(\hat{t})) - t)g + v^G(z(\hat{t})) \exp f \tilde{A}(\ddot{o} + \tilde{n})(\hat{t} + R(\hat{\epsilon}(\hat{t})) - t)g \quad (4)$$

再び成長期間の問題を考える．最適値関数 $V(z(t))$ を導入しよう．2 期間の循環関係に着目すると，最適経路上で $V(z(t)) = EW^G(t) = v^G(z(t))$ ， $EW^R(\hat{t}) = v^R(k(\hat{t}); \hat{\epsilon}(\hat{t}))$ が成立する．式(4)を式(2)に代入して整理すると，以下の Bellman の再帰方程式を得る．

$$V(z(t)) = \max_{\zeta(t)} \int_t^{\infty} f(u(c(t); \hat{\epsilon}(t)) + \tilde{n}E(\hat{\epsilon}(t))V(z(t))gd\hat{u} + V(z(t + d\hat{u})) \exp f \tilde{A}(\ddot{o} + \tilde{n})d\hat{u} \quad (5)$$

ここで $U(c(t); \hat{\epsilon}(t)) = f1 + \tilde{n}\tilde{A}(\hat{\epsilon}(t))gu(c(t))$ は瞬間的・期待効用関数である．ただし，

$$\tilde{A}(\hat{\epsilon}(t)) = \frac{1 - \exp f \tilde{A}(\ddot{o} + \tilde{n})R(\hat{\epsilon}(t))g}{\ddot{o} + \tilde{n} \exp f \tilde{A}(\ddot{o} + \tilde{n})R(\hat{\epsilon}(t))g}; \quad \frac{d\tilde{A}(\hat{\epsilon})}{d\hat{\epsilon}} < 0 \quad (6a)$$

$$\hat{E}(\hat{\epsilon}(t)) = \frac{(\ddot{o} + \tilde{n}) \exp f \tilde{A}(\ddot{o} + \tilde{n})R(\hat{\epsilon}(t))g}{\ddot{o} + \tilde{n} \exp f \tilde{A}(\ddot{o} + \tilde{n})R(\hat{\epsilon}(t))g}; \quad \frac{d\hat{E}(\hat{\epsilon})}{d\hat{\epsilon}} > 0 \quad (6b)$$

高度な防災投資を行うほど復旧期間が短くなることから， $\tilde{A}(\hat{\epsilon})$ は $\hat{\epsilon}$ の減少関数となる．一方， $\hat{E}(\hat{\epsilon})$ は防災投資による成長経路への復旧効果を反映している．Hamilton-Jacobi 方程式は次式で与えられる．

$$V(z(t)) = \max_{\zeta(t)} \tilde{o}^{\tilde{A}1} u(c(t)) + \tilde{A}(\hat{\epsilon}(t)) \tilde{o}^{\tilde{A}1} \frac{dV(z(t))}{dz(t)} fAz(t) - A\hat{\epsilon}(t) - c(t)g \quad (7)$$

$\tilde{a}(\hat{\epsilon}(t))$ は復旧期間を考慮した一般化割引率である．

$$\tilde{a}(\hat{\epsilon}(t)) = \ddot{o} + \tilde{n}f1 - \hat{E}(\hat{\epsilon}(t))g \quad (8a)$$

$$\tilde{a}^0(\hat{\epsilon}) \hat{t} = 0 \text{ for } \hat{\epsilon} \hat{t} = 0 \quad (8b)$$

$$\tilde{a}^{00}(\hat{\epsilon}) > 0 \text{ for } \hat{\epsilon} > \hat{\epsilon}_1 > 0$$

$$\text{ただし } \ddot{o} - \tilde{n} \exp f \tilde{A}(\ddot{o} + \tilde{n})R(\hat{\epsilon}_1)g = 0 \quad (8c)$$

$$\lim_{\hat{\epsilon} \rightarrow 0} \tilde{a}(\hat{\epsilon}) = \ddot{o} + \tilde{n}; \quad \lim_{\hat{\epsilon} \rightarrow 1} \tilde{a}(\hat{\epsilon}) = \ddot{o} \quad (8d)$$

式(8d) はそれぞれ社会が不可逆的な被害を受ける場合，災害被害が皆無である場合の社会的割引率を表す．本モデルにおいては割引率は内生的に決まる．

4. 最適投資行動

最適値関数形がわかっているものと仮定する．1 階の最適化条件は以下のように与えられる．

$$\tilde{o}^{\tilde{A}1} u^0(c(t)) = \tilde{a}(\hat{\epsilon}(t)) \tilde{A}1 \frac{dV(z(t))}{dz(t)} \quad (9a)$$

$$\tilde{A} \tilde{a}(\hat{\epsilon}(t)) \tilde{A}2 \tilde{a}^0(\hat{\epsilon}(t)) \frac{\partial \hat{\epsilon}(t)}{\partial \hat{\epsilon}(t)} z(t) = A \tilde{a}(\hat{\epsilon}(t)) \tilde{A}1 \quad (9b)$$

最適消費条件式(9a)では，消費の限界効用と投資財の潜在価格の間のウェイトが異なる．消費は復旧期間においても継続するのに対して，資本の蓄積は災害により停止するリスクに直面するためである．最適防災投資条件式(9b)は，防災投資による一般化割引率の減少を通じた投資財の当該期価値の増加（左辺）が，防災投資の限界費用（右辺）に等しくなるように防災投資水準が選択されなければならないことを示す．

また，消費と資本の動学過程に関して以下の2式を得る．なお $e(t) = c(t) = z(t)$ ， $\tilde{o}(c) = \tilde{A}u^0(c) = fcu^{00}(c)g$ ，着目する変数に関する成長率を $\zeta_x = \dot{x}(t)/x(t)$ により表す．

$$\zeta_c = \tilde{o}(c)fA - \tilde{a} + \frac{\tilde{a}^0}{\tilde{a}} \zeta_{\hat{\epsilon}} \hat{\epsilon} \quad (10a)$$

$$(\zeta_{\hat{\epsilon}} - \zeta_z) \zeta_{\hat{\epsilon}} \hat{\epsilon} = \frac{\tilde{a}^0}{\tilde{a}^{00}} (\zeta_c - \zeta_z) \hat{\epsilon} \quad (10b)$$

式(10a)より，防災投資の成長率の上昇は消費の成長率の低下をもたらす，逆もまた成立することがわかる．

定常状態においては全ての内生変数の成長率が同一の水準に収束する．すなわち $(\hat{\epsilon}; \hat{\epsilon})$ が一定値に収束する．定常状態が存在すると仮定すると，定常状態における成長率 ζ^s と $(\hat{\epsilon}^s; \hat{\epsilon}^s)$ は次式を満足する．

$$\zeta^s \hat{\epsilon} - \zeta_z = \zeta_c = \zeta_{\hat{\epsilon}} = \tilde{o}^s(A - \tilde{a}^s)(1 - \tilde{o}^s \hat{\epsilon}^s \frac{\tilde{a}^{s0}}{\tilde{a}^s}) \tilde{A}1 \quad (11a)$$

$$\tilde{o}^s(A - \tilde{a}^s) + (\tilde{o}^s \frac{\tilde{a}^{s0}}{\tilde{a}^s} \hat{\epsilon}^s - 1)(A - A\hat{\epsilon}^s - \hat{\epsilon}^s) = 0 \quad (11b)$$

$A > \ddot{o} + \tilde{n}$ であれば $\zeta^s > 0$ が保証される．

5. おわりに

本研究では災害による経済成長の停滞によりもたらされる負のレベル効果を制御するための，動的防災投資戦略について分析した．紙面の制約上，定常状態への移行動学の分析，数値計算事例等については講演時に発表する．