

## 集合的被害特性を考慮した地震保険システムのハイブリッド設計モデル

京都大学工学研究科 学生員 グエン フク ディン  
 京都大学防災研究所 正会員 多々納 裕一  
 京都大学防災研究所 正会員 岡田 憲夫

1. はじめに 地震のような自然災害はきわめて集合性の高いリスクである。このリスクに対して大数の法則が成り立たない。このため、一般の保険で効率的とされる保険数理的に公正な保険料率を適用すると、大地震等が生じると、保険の不払いが生じる可能性は低くない。また、逆選抜の問題をできるだけ回避出来るように保険料率は地域毎対象毎にきめ細かに設定されなければならない。従って、災害保険料率を設計する際には、災害保険の持続可能性を保証した上で、出来るだけ効率的な保険料率を地域毎対象毎に設定することが必要であろう。

しかしながら、この種の問題は、多数の次元を持つ制御変数を有する確率制約付きの確率計画法の問題となり、実際のシステムを対象として問題の解を求めることは容易ではない。本研究では、地震被害シミュレーションと結合したハイブリッド設計モデルを構築し、地震リスクを対象とした保険そのものの存続可能性を制約条件として考慮した上で社会的厚生を最大化するような保険構造を求めるための方法論を提示する。その際、上述の計算技術上の問題点を克服するため確率垂勾配法<sup>1)</sup>を用いることを提案する。その上で、実際に兵庫県を対象とした実証分析を通じてその有効性を検証することを目的とする。

2. 計画モデルの定式化 対象地域内の各地域は  $j = 1 \dots m$  とし、地震シナリオは  $\omega = \{\omega_t, t = 0 \dots T - 1\}$  で定義され、確率空間  $(\Omega, \mathcal{F}, P)$  に従う。

保険会社の災害準備金を  $R^t$  とすると

$$R^{t+1}(\omega) = R^t(\omega) + \Pi + N(S^t(\omega)) - S^t(\omega) - M^t \quad (1)$$

$$t = 0 \dots T - 1, \omega \in \Omega$$

$R^0$  は災害準備金の初期値、 $\Pi$  は保険会社が得る保険料の総額、 $S^t(\omega)$  は保険金額、 $M^t$  は再保険料である。再保険会社が保険会社に支払う保険金額  $N(S_i^t(\omega))$  は次のように決定される。

$$N(S^t(\omega)) = \begin{cases} 0 & (S^t(\omega) < N_0) \\ \alpha(S^t(\omega) - N_0) & (S^t(\omega) \geq N_0) \end{cases} \quad (2)$$

そして、再保険料は  $M^t = \gamma E[N(S^t(\omega))]$  と設定する。保険会社が被害関数  $L_j^t(\omega)$  に対し、保有する保証のカバー率を  $\{0 \leq q_j \leq 1, j = 1 \dots m\}$  とすると、保険金額  $S^t(\omega) = \sum_{j=1}^m L_j^t(\omega) q_j, t = 0 \dots T - 1$  となる。

一方、地域  $j$  に住む世帯の純所得  $x_j^t(q_j, \pi_j, \varepsilon^t(\omega))$  は  $x_j^t(q_j, \pi_j, \varepsilon^t(\omega)) = y_j^t - \pi_j q_j g_j - (1 - q_j) l_j^t(\varepsilon^t(\omega))$  となる。ここで、 $y_j^t$  は代表的個人の(粗)所得、 $\pi_j$  はプレミアム率である。 $g_j$  は地域  $j$  の個人平均資産額である。 $l_j^t(\varepsilon^t(\omega))$  は一世帯当たりの損害額で、 $\varepsilon$  は保有資産の損傷度である。

この地域の厚生水準を期待効用の和で与れば  $w(q, \pi, \omega) = \sum_{t=0}^T \frac{1}{(1+r)^t} \sum_{j=1}^m \sum_{\varepsilon=0}^3 n_j^t(\omega, \varepsilon) u\{x_j^t(q_j, \omega_j, \varepsilon)\}$  となる。ここで、 $r$  は社会的割引率、 $n_j$  は地域  $j$  の人口である。

保険会社が倒産するという事は災害準備金が負になることがあり、その時刻が  $T$  年内にあることである。次のような数理計画モデルを定式化できる。

$$\text{目的関数 } W(q, \pi) = E w(q, \pi, \omega) \longrightarrow \max \quad (I)$$

$$\text{subject to } 0 \leq q_j \leq 1, 0 \leq \pi_j \leq 1, P\{\tau(q, \pi, \omega) < T\} \leq \beta$$

$$\text{ただし, } \tau(q, \pi, \omega) = \min\{t : R^t(q, \pi, \omega) < 0, t > 0\}$$

この際、計画モデル (I) の確率制約をラグランジェ緩和を実施し、確率制約にラグランジェ乗数を乗じて目的関数に加えて緩和計画問題を構成できる。

緩和計画問題 (II)

$$W(q, \pi, \omega) = E\{w(q, \pi, \omega) - c\chi(\tau(q, \pi, \omega))\} \longrightarrow \max$$

$$\text{subject to } 0 \leq q_j < 1, 0 \leq \pi_j \leq 1 \quad (II)$$

$$\text{ただし, } \chi(\tau_\omega) = \{1 : \tau_\omega \leq T; 0 : \tau_\omega > T\} \text{ と定義する。}$$

3. ハイブリッド型計画モデルの構成 上記計画問題では、地震シナリオの生起確率と各シナリオに応じた被害額を被害対象ごとに算定することが必要である。地震シナリオに関しては、活断層等の地震ハザードを特定し活動に伴う地震の規模を与えるとともに、その活動時期に関しても、活断層については再生過程(対数正規)、プレート境界地震に関してはポアソン過程として生起確率を与えることとした。被害額の算定に際しては、シミュレーションモデルを用いて、各シナリオに応じた被害額を地域ごとに算定することとした。

このようにして与えられる情報をもとにして、上記計画モデルを解くわけであるが、このモデルでは、確率制約を含み微分不可能な関数を有しており、また期待値で定義する項もあり、シナリオや次元数が多数存在するため代替案更新する度に全シナリオに対し、計算を行うような通常の

キーワード: Catastrophe Risk, Monte Carlo Simulation, SQG Method, Risk Management

〒 611-0011 京都府宇治市五ヶ庄 京都大学 防災研究所総合防災研究部門 災害リスクマネジメント分野 TEL: 0774-38-4038

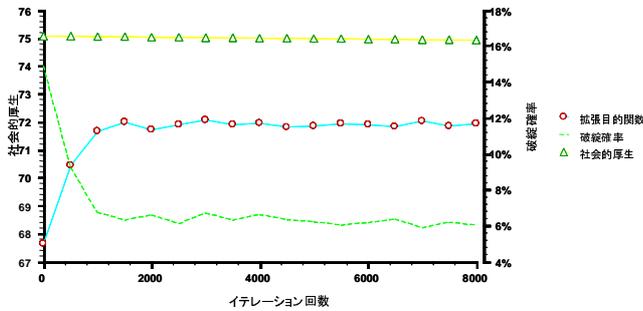


図-1 再保険導入したケースの最適化計算

計画法では計算できない。そこで、本研究では、この難点を確率垂勾配法<sup>1)</sup>を用いて解決しようと試みた。確率垂勾配法は解の改善方向を求めるのにシナリオを部分的しか用いない。さらに、差分計算自体は一つの方向を定めるのに数回のみが必要となる。簡単化のために、 $x = (q, \pi), f(x, \omega) = w(q, \pi, \omega)$ と再定義する。確率垂勾配法では、代替案更新方向は以下の式で計算できる。ここで  $h^{ki} \in \{h \in R^n | -1 \leq h_j \leq 1, j = 1, \dots, n\}$  なる一様乱数ベクトルである。

$$\xi^k = \frac{1}{R} \sum_{i=1}^R \frac{f(x^k + \Delta_k h^{ki}, \omega^{ki}) - f(x^k, \omega^{k0})}{\Delta_k} h^{ki} \quad (3)$$

$X$  への射影  $\Pi_X$  を用いて、解を更新する。解が収束するまで繰り返し計算  $x^{k+1} = \Pi_X[x^k + \rho^k \xi^k]$  を行う。ここで、写像関数は  $\Pi_X(y) \stackrel{def}{=} \operatorname{argmin}\{\|y - x\|^2 : x \in X\}$  を用いた。

4. 対象地域と実証分析 対象地域は兵庫県内の95市区町村である。対象地域の兵庫県に被害を及ぼしうる15の活断層等の地震ハザードを特定し、それぞれの再現周期を考慮した上で向こう100年間の地震シナリオを10万件設定した。その上で、これらのシナリオそれぞれに応じた地震被害の発生状況を反映した最適保険構造を設計する。本研究では再保険は被保険額が3兆円以上になると再保険負担割合は50%と設定している。図-1は再保険を導入したケースの収束過程を表している。インテレーション回数が1000ぐらい以降は拡張目的関数が安定して最高点の近辺に振動するここが分かる。この問題は  $95 \times 2 = 190$  次元に対して、インテレーション回数が1000で最適値を得られるのが、妥当だと考えられる。またこの図より保険会社破綻確率が大幅に減少することが分かった。

再保険の有無や保険料率・カバー率等の保険構造の違いによる地震による損害住民への帰着構造を検討するために、各々の保険構造に対応したリスク曲線、社会的厚生、保険システムの破綻確率について計算を行った。図2は第100年目の各保険構造別のリスク曲線である。

表1には再保険を導入していないケースにおいて各保険構造の社会的厚生と保険破綻確率を示している。再保険を導入したことによって、飛躍的に保険破綻確率が減少した。現

表-1 各保険構造の比較（再保険のない場合）

	現行保険	公正な保険	最適化保険
社会的厚生	7507178974	7509790051	7496014706
不払確率 (%)	16.26	51.56	6.00

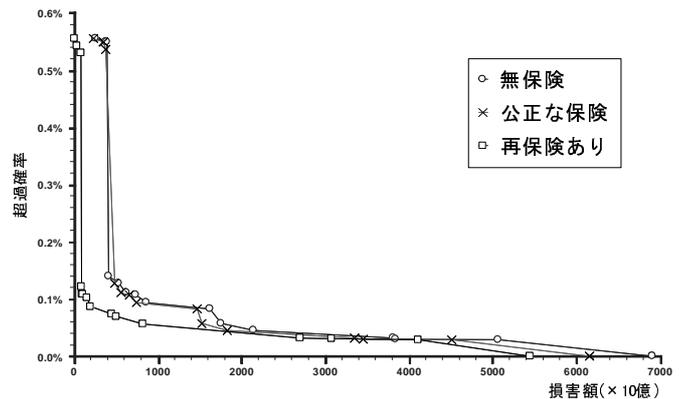


図-2 第50年における各保険制度のリスクカーブ

行保険に対して保険不払確率が16.26%から14.86%に減少した。保険不払確率が同じく6%のときは再保険のあるケースは再保険のないケースと比べ、保険カバー率とリスクカバー率が向上することが分かった。

そして、保険料率もほとんどの地域において減少する傾向が見られ、実際に適用できるような料率になってきていることが分かる。平均値で見ると平均保険カバー率は0.499%、平均料率は6.988‰である。再保険を導入しない時と比べてカバー率が増大、料率が減少した。ただし、再保険のないときはそれぞれ0.477%と8.311‰であった。

5. 結論 本研究では、大数法則が成り立たない条件下でも提唱したハイブリッド設計モデルを提唱し、兵庫県を対象に実証分析を通じて提案した手法の有効性を確認した。

再保険が導入されていない場合でも、保険システムの破綻のリスクは大きく改善されることが分かった。再保険を導入したケースでは同じ破綻確率水準での比較を通じて、再保険を導入したケースは再保険のないケースと比べて保険カバー率が増加する傾向が読み取れた。再保険を導入することによって、地域全体の社会厚生も増加している。

しかしながら、本研究はの想定している保険は「全員加入」を前提とし、また、自由な保険市場を通じた災害保険の提供に関しては分析を行っていない。今後は住民の保険購入行動を内生化し、市場メカニズムを活性化して検討を進めていきたい。

参考文献

- 1) Y.M. Ermoliev, *Numerical Techniques for Stochastic Optimization*, Springer-Verlag, pp141-168, 1988.
- 2) 奥村 俊彦・石川 裕 (1998): 活断層の活動度から推定される平均変位速度に関する検討、土木学会第53回年次学術講演会講演概要集、第一部(B) pp.554-555.
- 3) 佐伯 琢磨 著: 地震による被害住民の生活再建にかかわる経済被害の評価に関する研究。