

不可逆性を考慮したプロジェクトの事前・再評価モデル

京都大学大学院 学生会員 ○織田澤利守
京都大学大学院 フェロー会員 小林 潔司

1. はじめに

公共プロジェクトの評価制度として、事前・再・事後評価の3時点における評価手法の導入が進められている。事前・再評価問題では、初期投資費用が再評価時点でサンク費用(埋没費用)となるという動学的な関連性を明示的に考慮する必要がある。従来の費用対効果分析は「プロジェクトを今実施するか、もしくは2度と実施しないか」という「now-or-never原則」に基づくため、このような時間軸上で展開されるプロジェクト評価を的確に実施することはできない。本研究は、時間軸上で展開されるプロジェクト評価方式を念頭に置き、プロジェクトに内在する不確実性や不可逆性を考慮に入れた、動学的なプロジェクト評価手法を提案する。

2. モデルの定式化

(1) モデル化の前提条件

プロジェクト採択後一定期間を経過した時点で再評価を行うことを念頭に置いた、プロジェクトの事前・再評価モデルを定式化する。本研究では、プロジェクトの評価問題を初期投資及び追加的投資に関する2段階の投資意思決定問題をして扱う。意思決定主体は初期時点 $t=0$ においてプロジェクトの事前評価を行い、初期投資として費用 kC を投入するかどうかを決定する。初期投資を実施した場合、一定期間 T が経過した時点 $t=T$ で再評価を行い、プロジェクトを継続して実施する可否かを決定することができるものとする。ここで、プロジェクトの総費用を一定であるとし、継続する場合に必要となる追加的費用を時刻 $t=0$ における当該期価値で $(1-k)C$ とする。一方、継続しない(中止する)場合はスクラップ費用として S が必要となるものとする。プロジェクトは追加的投資の実施によりはじめて完了し、施設供用が可能となる。簡単化のため、プロジェクトは追加的投資の実施時点で瞬時に完了し、直後より施設の供用が開始されるものとする。プロジェクトにより発生する便益のフローは時間軸上において確率過程に従って変化する。時刻 t にプロジェクトが完了し、施設供用が開始された場合にどれだけの便益(以下、初期便益と呼ぶ)が得られるかは評価時点でのみ観測可能であるとする。再評価時点 $t=T$ において観測される初期便益のもとでプロジェクトの継続が正当化された場合、

その時点で初期便益が発生する。施設共用開始後に発生する便益は初期便益を初期値とする確率過程に従う。

(2) 便益過程の定式化

初期時点 $t=0$ から再評価時点 $t=T$ までの期間 $[0, T)$ を第0期、 $t=T$ 以降の期間 $[T, \infty)$ を第1期と定義する。第0期の任意の時刻 $t \in [0, T)$ において実現する初期便益を $B(t)$ と表し、幾何ブラウン過程

$$dB(t) = \mu B(t)dt + \sigma B(t)dW(t) \quad (1)$$

に従うと仮定する。ただし、 μ, σ は初期便益の増加率およびボラティリティを表し、定数であるとする。また、 $W(t)$ は標準ブラウン運動に従うと仮定する。初期便益の実現値は初期時点 $t=0$ および再評価時点 $t=T$ においてのみ観測可能であり、時刻 $t=0$ における観測値 $B(0) = B^0$ を初期値として確率過程(1)に従う。

次に、第1期の任意の時刻 $t \in [T, \infty)$ における便益を $B'(t)$ と表す。便益 $B'(t)$ は時刻 $t=T$ において実現した初期便益 $B(T) = \hat{B}$ を初期値とし、幾何ブラウン過程

$$dB'(t) = \mu' B'(t)dt + \sigma' B'(t)dW(t) \quad (2)$$

に従うと考える。ここで、 μ', σ' は便益の増加率およびボラティリティを表し、定数であるとする。

(3) 再評価問題

再評価問題は、時刻 $t=T$ において観測される初期便益 $B(T) = \hat{B}$ のもとでプロジェクトを継続するか、中止するかについての意思決定をおこなう問題と定義できる。時刻 $t=T$ 以降、プロジェクトによってもたらされる期待総純便益 $V_1(\hat{B})$ は以下のように定式化できる。

$$V_1(\hat{B}) = \max \left\{ \frac{\hat{B}}{\rho - \mu'} - (1-k)Ce^{\rho T}, -S \right\} \quad (3)$$

ここで、 ρ は社会的割引率である。式(3)はオプション構造を有しており、右辺第1項はプロジェクトを継続した場合に獲得できる期待純便益の当該期価値を、第2項はプロジェクトを中止するのに要するスクラップ費用を表す。意思決定主体は2項のうち大きな値を示す行動を選択する。2項を比較することで、プロジェクトの継続が正当化される時刻 $t=T$ における初期便益観測値の集合 $\mathcal{C}_1$ を次のように定義できる。

$$\mathcal{C}_1 = \left\{ \hat{B} \mid \frac{\hat{B}}{\rho - \mu'} - (1-k)Ce^{\rho T} \geq -S \right\} \\ = \{ \hat{B} \mid \hat{B} \geq \bar{B} \} \quad (4)$$

ただし、 $\bar{B}$ は追加的投資に関する臨界便益であり、 $\bar{B} = \{(1-k)Ce^{\rho T} - S\}(\rho - \mu')$ を満たす。したがって、時刻 $t = T$ において観測される初期便益 $\hat{B}$ が臨界便益 $\bar{B}$ を上回る場合、追加的投資が実施されプロジェクトは継続される。一方、下回る場合、スクラップ費用が支払われプロジェクトは中止される。

(4) 事前評価問題

事前評価問題は、時刻 $t = 0$ において観測される初期便益 $B(0) = B^0$ のもとでプロジェクトの初期投資を実施するかどうかを決定する問題である。意思決定主体は初期投資を実施した後、時刻 $t = T$ においてプロジェクトを継続するか否かを再評価を行うことが可能である。つまり、再評価時点での初期便益の観測値が望ましくない場合にはプロジェクトを中止できるという中止オプションを保有しており、事前評価は中止オプションの価値を考慮に入れたものでなければならない。初期時点 $t = 0$ において初期便益 $B(0) = B^0$ が観測された上でプロジェクトを実施(初期投資を投入)した場合に獲得される期待総純便益の現在価値 $V_0(B^0)$ は、

$$\begin{aligned} V_0(B^0) &= E[V_1(B(T))e^{-\rho T}] - kC \\ &= E\left[\max\left\{0, ((1-k)Ce^{\rho T} - S) - \frac{B(T)}{\rho - \mu'}\right\}\right]e^{-\rho T} \\ &\quad + E\left[\frac{B(T)}{\rho - \mu'} - (1-k)Ce^{\rho T}\right]e^{-\rho T} - kC \\ &= ((1-k)C - Se^{-\rho T})N(-d_2) - \frac{B^0}{\rho - \mu'}e^{(\mu - \rho)T}N(-d_1) \\ &\quad + \frac{B^0}{\rho - \mu'}e^{(\mu - \rho)T} - C \end{aligned} \quad (5)$$

である。記号 $E[\cdot]$ は確率過程(1)に関する期待値操作を表し、 $d_1, d_2, N(d)$ は次式で定義される。

$$d_1 = \frac{\ln[B^0 / \{(\rho - \mu')((1-k)Ce^{\rho T} - S)\}] + (\mu + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

$$N(d) = \int_{-\infty}^d \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) dx$$

式(5)より、 V_0 が再評価を考慮しない場合の期待総純便益に中止オプションの価値を加えた値となることがわかる。中止オプションは、 $B(t)/\rho - \mu'$ を原資産とする、満期 T 、行使価格 $(1-k)Ce^{\rho T} - S$ のヨーロッパン・プットオプションと類似した構造をもつ。プロジェクトへの初期投資が正当化される初期時点における初期便益観測値の集合 $\mathcal{C}_0$ は、

$$\mathcal{C}_0 = \{B^0 | V_0(B^0) \geq 0\} \quad (6)$$

と定義される。等式 $V_0(\bar{B}^0) = 0$ を満足する $\bar{B}^0$ は初期投資に関する臨界初期便益であり、 V_0 が B^0 に関する増加関数であることより、初期便益の初期値 B^0 が $\bar{B}^0$ を上回る場合に初期投資の実施が正当化される。

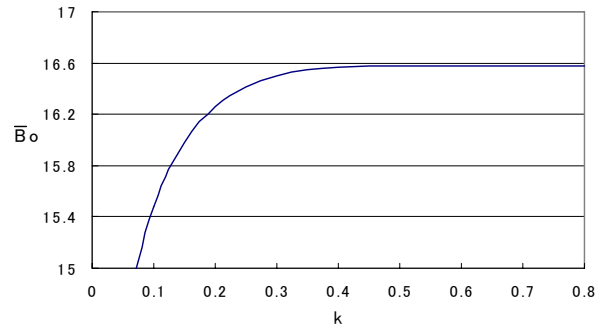


図-1 費用配分率 k と臨界初期便益 $\bar{B}^0$

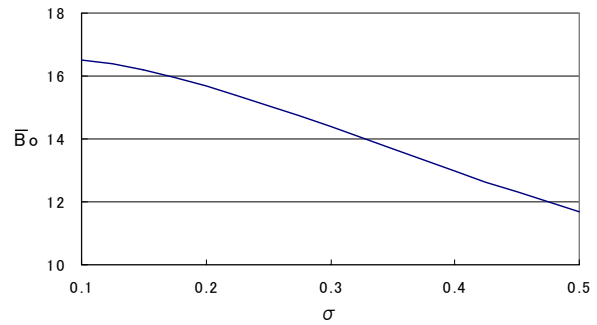


図-2 ボラティリティ σ と臨界初期便益 $\bar{B}^0$

3. 数値計算事例

簡単な数値計算事例を示す。図-1は費用配分率 k と臨界初期便益 $\bar{B}^0$ の関係を示したものである。なお、各パラメータは次のよう設定した。 $C = 1000, \rho = 0.04, T = 5$ 年, $S = 0, \mu = 0.02, \mu' = 0.025, \sigma = 0.1$ 。費用配分率 k の増加は再評価時点におけるサンク費用の増加を意味する。中止オプションの価値は k に関する減少関数である。 k が小さい場合、初期便益 B^0 が小さくとも中止オプションの効果により初期投資が正当化される。一方、 k の増加に伴い、中止オプションの価値は小さくなり、臨界初期便益 $\bar{B}^0$ は高い値となる。図-2はボラティリティ σ と臨界初期便益 $\bar{B}^0$ の関係を示したものである。ここでは、 $k = 0.3$ とする。事前・再評価モデルでは、初期便益に関する下方リスクは中止オプションによってヘッジされている。そのため、ボラティリティ σ の増加は、上方リスクによる効果の増大として意思決定に反映される。従って、 σ の増加に伴い、 $\bar{B}^0$ は減少する。

4. おわりに

プロジェクトの事前・再評価問題に関し、サンク費用を明示的に考慮に入れた動学的モデルを提案した。さらに、数値計算事例を通じて、サンク費用がプロジェクト評価にもたらす影響について分析した。本モデルでは、事前・再評価間の動学的な関連性に焦点を絞るため、投資タイミングに関する議論を排除した。便益の観測可能性に制限のある枠組みにおいて、投資実施の留保を可能としたモデルへの拡張は今後の課題である。