離発着回数制御を考慮した複数滑走路の最適維持・補修計画に関する基礎的研究

神戸大学　　正会員　　竹林　幹雄

１．はじめに

今日，さまざまな公共施設の維持管理問題が注目されてきている．莫大な費用を投じて整備される空港もそのひとつである．

空港はその主たる機能である滑走路の維持管理を合理化するとともに，空港利用によるさまざまな派生費用をも合理的に管理する必要があろう．例えば，滑走路の混雑による遅延（delay）をできる限り抑制することが，空港経営にとっては重要であると考えられる．滑走路の維持管理問題は，通常舗装の力学的特性から議論されることが多いが [1]，本稿は滑走路の維持管理問題を空港経営のライフサイクルコストというより包括的な視点で検討することを目的とする．

２．モデル

本稿で取り上げる複数滑走路の最適維持管理計画問題は，以下のような条件の下で定式化される．

1) 対象とする現象は確定的であるとする．
2) 計画期間は無限期間として評価する．
3) 当該空港の総離発着数は与件であり, 全ての期間を通じて一定であるとする．
4) 各滑走路は全て同じ規格で設計されており, 離発着によって受ける滑走路の舗装の劣化も, 同じ反応関数で表現できるものとする．
5) 全て同形式の航空機が利用するものとし, 各フライトは同じ負荷を滑走路に与えるものとする．
6) 滑走路を補修する際は，当該滑走路は閉鎖され，その需要は他の滑走路に配分されるものとする．
7) 補修は速やかに行われ, 補修後は直ちに供用されるものとする．
8) 補修単価は全期間を通じて一定であるとする．また, 補修作業は毎回同じ手法で行われるものとする．

キーワード　空港，維持管理，最大原理，定常状態
連絡先　　〒657-8501　神戸市灘区六甲台町 1-1　神戸大学工学部建設学科土木系　TEL&FAX:078-803-6017

以上述べた条件のもとで，複数滑走路の最適維持管理計画問題は以下のように定式化される．

〔問題 MP〕

$$J=\sum_{k=1}^{\infty}\{\int_{t_{k-1}^{i}}^{t_k^{i}}\sum_i C(f_i(t))e^{-\gamma t}dt+M(w_k{}^{i})e^{-\gamma t_n^{i}}\} \tag{2}$$

Sub. To

$$\frac{dS_i(t)}{dt}=g_i(f_i(t),S_i(t))\ for\quad \forall i\in I \tag{3}$$

$$\Delta S_i=S_i(t_k^{i+})-S_i(t_k^{i-})=V(w_k^i,S_i(t_k^{i-})) \tag{4}$$

$$S_i(0)=S_i^{ini}\qquad for\quad \forall i\in I \tag{5}$$

$$\sum_i f_i(t)=F\qquad for\quad \forall t \tag{6a}$$

$$f_{i'}(t_k^{i'})=0,\qquad i'\in I \tag{6b}$$

$$f_i(t)\ge 0,\quad S_i(t_k^{i+})>S_i(t_k^{i-}),\quad t_k^i-t_{k-1}^i>0 \tag{7}$$

ここで,

$g_i(f_i(t),S_i(t))$:滑走路の劣化を表す関数.

$\Delta S_i(t)$:補修による滑走路の舗装状態の改善指数.

$S_i(t_k^{i-})$:k 回目の補修直前での滑走路 i の舗装粗度であり，滑走路の舗装劣化度を表す.

$S_i(t_k^{i+})$:k 回目の補修直後での滑走路 i の舗装粗度.

V: 補修による滑走路の舗装状態の改善程度を表す関数で，補修時の舗装厚 w_k^i と補修直前の舗装粗度 $S_i(t_k^{i-})$を変数とする.

S_i^{ini}:滑走路 i の初期舗装粗度.

i': k 回目の補修時に補修を受ける滑走路を示す.

３．解法の概要

ここでは, Pontryagin の最大原理を用いた解法について検討する．以降，議論を明確化するため，定常状態についてのみ検討を加える．

定常状態では，補修は同一のパターンを繰り返すことになる．滑走路数 n のとき，１サイクルの期間長を τ で表すと, τ は期間長 η に含まれる同じパターンを n 回繰り返すことになる（**図-1** 参照）．

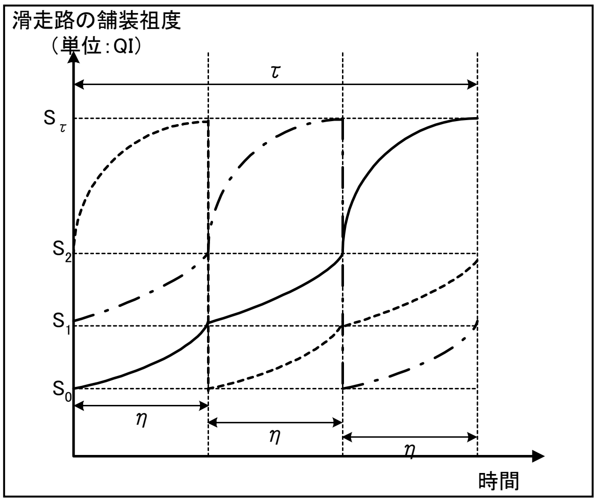

図-1 定常状態における舗装状態と補修方法の関係（n=3）

今, 初期滑走路の舗装粗度 S_0 および τ を与件とし, $f_i(t)$ を操作変数として定常状態に関する定式化を考える．この場合，問題 MP を期間 τ に関して解き，無限期間で割り引くことになる．

さて，一見すると問題 MP は「自由端問題」として取り扱うべき問題のように受け取られる．実際，終端点の S_τ は未知数である．しかし，実際には次のような等式が成立する． i=1,⋯,n とすると

$$S_{i-1}(\eta) = S_i(0), \quad i \geq 2 \tag{8}$$

である．ただし $\eta = \tau/n$ である．

#1 の滑走路が次に補修を受ける場合を考えよう．この場合，#n の滑走路は補修を受けた直後になる．現在価値 Hamiltonian は以下のようになる．

$$H_1 = \{\sum_{i=1}^{n} C(f_i(t))e^{-\gamma t} + \sum_{i=1}^{n-1} \lambda_i(t)\{g_i(f_i(t), S_i(t))\} \tag{9}$$

ここで，$\lambda_i(t)$は Lagrange 乗数である．KKT 条件を導出すると，以下を得る．

$$\frac{dH_1}{df_i(t)} = 0 \quad for \quad \forall i \tag{10a}$$

$$\frac{d\lambda_i(t)}{dt} = -\frac{\partial H_1}{dS_i(t)} \quad for \quad \forall i \tag{10b}$$

$$\frac{dH_1}{d\lambda_i(t)} = g_i(f_i(t), S_i(t)) \quad for \quad \forall i \tag{10c}$$

残余価値関数を $\Phi=M(w_n)$とすれば，横断条件は次のように与えられる．

$$\lambda_1(\eta) = \frac{d\Phi}{dS_\tau} \tag{10d}$$

(10a)-(10d)および終端条件 $f_1(\eta)$=0 より， $f_1(t)$の軌道は(S_0, S_τ, η)の関数として示される．(10b)より $\lambda_i(t)$も(S_0, S_τ, η)の関数として表される．ゆえに全ての $f_i(t)$は(S_0, S_τ, η)の関数として求められることがわかる．

次に状態変数 $S_i(t)$に着目する．$S_i(t)$は，(3)の微分方程式の解として求められる．ゆえに，$S_i(t)$を解析解として求めることができる場合, $S_i(t)$は適当な積分定数 B_i を用いた(S_0, S_τ, η)の関数として表現される．積分定数 B_i は(8)および初期条件 $S_n(0)$ =S_0 から決定される．このため， $S_i(t)$も(S_0, S_τ, η)の関数として表されるが, $S_1(\eta)$ =S_τ を考慮すると, S_τは(S_0, η) の関数として表されることがわかる．すなわち，以下のように求められる．

$$S_\tau = \frac{Q_2 S_0 + Q_3}{Q_1} \tag{11}$$

ここで，Q_i (i=1, 2, 3)は η の関数として与えられる．

S_τの値を改めて $S_i(t)$，$\lambda_i(t)$および $f_i(t)$に代入すれば，各変数は(S_0, η)の関数として表すことができる．

ゆえに，最初の補修終了後の定常状態における割引現在価値としての総ライフサイクル費用 J_1 は， 1 サイクルあたりの費用を j_1 とすると，

$$J_1(S_0, \eta) = \frac{j_1}{1 - e^{-\gamma\eta}} \tag{12}$$

である．

４．数値計算例

本稿で示したモデルの挙動特性を把握するために，数値計算を実行した．ここでは**２．**で示した各種コスト関数を過去の研究例[2)3)]を参考に特定化し，計算を実施した．なお，紙面の都合上，結果の詳細は講演時に示す．

参考文献

1) Aircraft/pavement interaction, Proc. of Conference/ sponsored by the Airfield Pavement Committee, Air Transport Division, ASCE, 1991.

2) Friesz, T.L. and Fernandez, J.E.: Influence of Demand-Quality Interrelationship on Optimal Policies for Stage Construction of Transportation Facilities, Transportation Science, Vol. 15, No.1, 16-31, 1981.

3) Tsunokawa, K. and Schofer, J.L.: Trend Curve Optimal Control Model for Highway Pavement Maintenance: Case Study and Evaluation, Transportation Research A, Vol. 28A, No.2, 151-166, 1994.