旅行時間の不確実性を考慮した交通ネットワーク均衡

○中山晶一朗（正会員・金沢大学），高山純一（正会員・金沢大学），笠島崇弘（福井県庁）

1. はじめに

交通ネットワーク均衡としては，従来からワードロップ均衡や確率的利用者均衡が知られている．確率的利用者均衡はランダム効用理論に基づいた経路選択による交通ネットワーク均衡であるが，その確率的利用者均衡という名称に反し，確定的な交通量および旅行時間を求めるものであり，交通量や旅行時間を陽に確率的には取り扱っていない．ただ，経路選択の際，単に最小旅行時間の経路を選択するのではなく，ランダム効用理論に基づいて「確定的」に配分する．つまり，交通量は無限大であることを暗に仮定し，ランダム効用理論から算出される選択確率の割合に交通量を（確定的に）配分している．また，経路選択の際のランダム項は，経路の長さにかかわらずその分散は変化しないため，それが旅行時間の不確実性を表していると解釈することには，理論上の問題が生じる．そのランダム項は，観測不能な要因や人間の知覚誤差などと解釈されるべきものであろう．このように確率的利用者均衡では，旅行時間の不確実性を考慮した交通量配分を行うものではないと言える．

そこで，本研究では，交通量や旅行時間を確率変数として扱い，旅行時間の不確実性を考慮できる交通ネットワーク均衡を提案する．

2. 基本概念

ワードロップ均衡の基本的な考え方は，利用される経路の旅行時間は皆等しく，利用されない経路の旅行時間よりも小さいかせいぜい等しいというものである．交通量や旅行時間を確率変数と考え，このワードロップ均衡の考え方を適用すると，利用される経路の「期待旅行時間」は皆等しく，利用されない経路の「期待旅行時間」よりも小さいかせいぜい等しい，という均衡を考えることは極めて自然なことである．これが本均衡モデルの基本的な考え方である．この時，期待旅行時間の代わりに効用の期待値や一般化費用の期待値を用いることも当然可能となる．

本研究では，道路利用者は確率的に経路を選択すると仮定する．この時，N 人が存在するODペア rs ($\in U$)の利用者が経路 k ($\in K^{rs}$)を確率 p_k で選択すると，経路 k のその OD ペア rs に関する経路交通量は二項分布 Bin(N, p_k)に従う（経路全てのうちどの経路を選択するのかで見た場合は多項分布に従う）．このように経路交通量が確率変数であるため，経路旅行時間も当然確率変数となる．ただし，ここでは，同一 OD ペア全員が同じ確率で経路を選択すると仮定する．本稿では厳密には示さないが，もし異なる確率で経路を選択するものがいれば，どちらかの期待旅行時間の方が小さくなるはずであり，上で示した本モデルの基本概念に反することになる．

上で示したようにある確率で行動を選択する（経路を選択する）ことはゲーム理論ではミックス戦略と呼ばれている．一方，確定的に決定することは純粋戦略と呼ばれる．ゲーム理論の観点からは，ワードロップ均衡は（純粋戦略）ナッシュ均衡であるのに対し，本均衡モデルは混合戦略ナッシュ均衡となる．

3. 定式化

前節で述べたように経路選択を確率的に行うとき，実現される交通ネットワークの状態は以下のように表現できる．

$$\mathrm{E}[T_k^{rs}] = \lambda^{rs} \quad \text{if } p_k^{rs} > 0 \quad \forall k \in K^{rs}\ \forall rs \in U \quad (1)$$
$$\mathrm{E}[T_k^{rs}] \geq \lambda^{rs} \quad \text{if } p_k^{rs} = 0 \quad \forall k \in K^{rs}\ \forall rs \in U \quad (2)$$

ここで，E[·]は期待値であり，T_k^{rs} は OD ペア rs の経路 k の旅行時間（確率変数），λ^{rs} は OD ペア rs の最短の期待旅行時間である．

上式は相補性問題，変分不等式問題，不動点問題として定式化できる．変分不等式は以下の通りである．

Key Words: 交通ネットワーク均衡，旅行時間の不確実性
〒920-8667 金沢市小立野 2-40-20 金沢大学工学部
Tel: 076-234-4614, Fax: 076-234-4632

$$\text{Determine } \mathbf{X}^* = (\mathbf{p}^*, \boldsymbol{\lambda}^*) \in \Omega$$
$$\text{Such that } \mathbf{F}[\mathbf{X}^*] \cdot (\mathbf{X}^* - \mathbf{X}) \geq 0 \quad \forall \mathbf{X} \in \Omega \tag{3}$$

ここで，$\mathbf{x} \cdot \mathbf{y}$ はベクトルの内積を表し，$\mathbf{F}[\mathbf{X}] = (\mathbf{E}[\mathbf{T}(\mathbf{p})] - \boldsymbol{\lambda}, \mathbf{p} - \mathbf{I})$，$\mathbf{E}[\mathbf{T}]$は経路の期待旅行時間ベクトル，$\mathbf{p}$ は経路選択確率のベクトル，$\boldsymbol{\lambda}$は経路の最短期待旅行時間のベクトル，$\mathbf{I}$ は単位ベクトルである．

4. 期待旅行時間の算出

経路交通量は既に述べたように二項分布に従うが，それはある一つの OD ペアに関しての経路交通量である．一般には OD ペアは複数あり，この場合，交通量は二項分布に従う確率変数の和となる．しかし，二項分布の和は（正規分布のように）二項分布とはならず，その取り扱いは煩雑なものとなる．したがって，ここでは，まず，リンク旅行時間の期待値を計算することにする．リンク旅行時間の期待値は次式のように計算できる．

$$E[T_a] = \sum_{x_a^1=0}^{N^1} \cdots \sum_{x_a^r=0}^{N^r} \cdots \sum_{x_a^R=0}^{N^R} t_a\left(\sum_{r=1}^{R} x_a^r\right) \cdot \prod_{r=1}^{R} \Pr[x_a^r] \tag{4}$$

ここで，T_a はリンク旅行時間（確率変数），$\Pr[x_a^r] = {}_{N^r}C_{x_a^r}(p_a^r)^{x_a^r} \cdot (1-p_a^r)^{N^r - x_a^r}$ はリンク a を走行する OD ペア r の交通量が x_a^r である確率，$p_a^r = \sum_k \delta_{a,k} \cdot p_k^r$ である．式(4)をそのまま計算すると計算量が膨大になるが，積率母関数を用いると，計算量が大幅に減少する．リンク走行時間が BPR 関数とすると，リンクの旅行時間 t_a は $\alpha + \beta x^n$ で表される．したがって，期待リンク旅行時間を計算するためには $E[X^n]$が計算できれば良い．リンク交通量 X_a は経路交通量 F_k^r の和である．つまり，$X_a = \sum_r \sum_k \delta_{a,k} \cdot F_k^r$ である．F_k^r は既に述べたように二項分布であり，それぞれの積率母関数を $M_k^r(s)$とすると，積率母関数の性質を使うと，確率変数の和である X_a の積率母関数 $M_a(s)$は $\prod_r \prod_k \delta_{a,k} \cdot M_k^r(s)$，$E[(X_a)^n]$は $\left.\frac{d^n M_a(s)}{ds^n}\right|_{s=0}$ となる． BPR 関数の場合，リンク旅行時間の期待値は以下の式となる．

$$E[T_a] = \alpha + \beta \cdot \left.\frac{d^n M_a(s)}{ds^n}\right|_{s=0} \tag{5}$$

したがって，経路旅行時間の期待値 $E[T_k^r] = \sum_a \delta_{a,k} \cdot E[T_a]$となる．また，紙面の都合上省略するが，共分散も積率母関数を用いて計算することができ，経路旅行時間の分散 $\mathrm{Var}[T_k^r]$も以下の式のように計算できる．

$$\mathrm{Var}[T_k^r] = \sum_a \delta_{a,k} \cdot \mathrm{Var}[T_a] + \sum_a \sum_{a',\, a \neq a'} \delta_{a,k} \cdot \delta_{a',k} \cdot \mathrm{Cov}[T_a, T_a] \tag{6}$$

5. 交通需要の不確実性

以上で提案した均衡モデルは経路選択を確率的に行うことによる旅行時間の不確実性を記述するものである．しかし，実際に旅行時間が不確実になる大きな原因には，交通需要が不確実である（確率変数である）ことが考えられる．本モデルはこの交通需要の不確実性を容易に取り込むことができる．

ここで，潜在的な交通需要 N^l を考えよう．潜在的な交通需要とはトリップを行う可能性がある人数を意味する．この潜在交通量が実際にトリップを行う確率を p^l とすると，実際にトリップを行う交通量は二項分布 $\mathrm{Bin}(N^l, p^l)$に従う．以上のように交通需要の不確実性を二項分布により表現することが可能である．本研究で提案した均衡モデルは二項分布を基調とするものであり，交通需要の不確実性を容易に取り込むことが可能である．つまり，一定値の確率$(1- p^l)$で選択する仮想リンク（トリップを行わないことを意味する選択肢）を各 OD ペアに付け加えることで，交通需要の不確実性を考慮することができる．

6. おわりに

本研究では，交通量及び旅行時間を確率変数とした，旅行時間の不確実性を考慮する交通ネットワーク均衡を提案した．数値実験の結果は講演時に発表する．