

開口幅分布の自己相関関数を考慮した 単一亀裂の透水特性の予測手法

○ 国土交通省 正会員 杉田 博章
東京大学 正会員 井上 純哉

1. はじめに

高レベル放射性廃棄物の地層処分安全性を評価するためには、単一亀裂の透水性を評価する手法の構築が必要である。本研究では、開口幅分布の統計的パラメータから、様々な形状を有する単一亀裂の透水性を評価しうる、経験則によらない解析手法を構築することを目的とする。

2. 単一亀裂の開口幅分布と透水性

本研究では異方性を示すベクトル関数として自己相関関数を導入し、透水性との関係を明らかにする。ここでは、自己相関関数を変化させてランダムに作成した開口幅分布に対し、Reynolds 方程式を用いて水理解析を行った結果を示す。

二次元の開口幅分布が $A(x, y)$ で与えられるとき、開口幅分布の自己相関関数 $C(r, s)$ は次のように与えられる。

$$C(r, s) = E[A(x, y) \times A(x + r, y + s)] \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 E は期待値を表す。

本研究では簡単のため、開口幅分布の自己相関関数として以下の関数を用いる。

$$\sigma^2 \times \exp \left\{ - \left(\frac{x}{\lambda_x} \right)^2 - \left(\frac{y}{\lambda_y} \right)^2 \right\} \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 σ^2 は開口幅分布の分散を表す。自己相関関数として式 (2) を用いることで、自己相関関数は2つの特性パラメータ λ_x, λ_y の関数として一意的に定義できる。ここで、 λ_x, λ_y を相関長と呼ぶ。

図1・2・3は、開口幅分布の平均、分散および y 方向の相関長 λ_y を固定し、 x 方向の相関長 λ_x のみを変化させることにより得られた開口幅分布図である。開口幅分布図においては、白い部分が開口幅が開いている場所を、黒い部分が閉じている場所を示している。図1・2・3から分かるように、相関長に異方性を持たせることで、開口幅分布に異方性が生じる。すなわち、相関長の異方性により、亀裂に存在する開口幅分布の異方性を表現できることが理解できる。

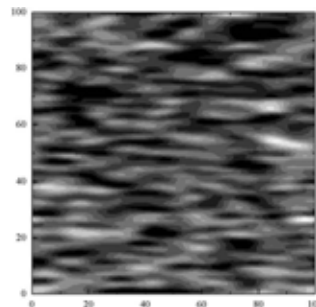
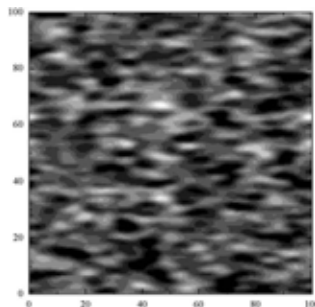
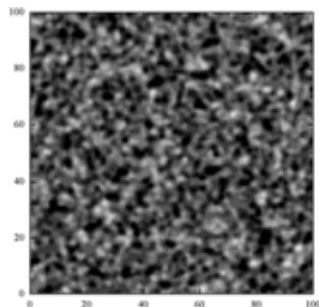


図1 開口幅分布図 ($\lambda_x = \frac{10}{2\pi}, \lambda_y = \frac{10}{2\pi}$) 図2 開口幅分布図 ($\lambda_x = \frac{30}{2\pi}, \lambda_y = \frac{10}{2\pi}$) 図3 開口幅分布図 ($\lambda_x = \frac{50}{2\pi}, \lambda_y = \frac{10}{2\pi}$)

以上のようにして得られた開口幅分布に対して、式 (3) で表される Reynolds 方程式を用いた二次元粘性 FEM 解析を行い、亀裂の透水性を評価する。ここで、 $A(x, y)$ は開口幅分布を表し、 $H(x, y)$ は圧力水頭分布を表す。

$$\nabla \left\{ \frac{\rho g A(x, y)^3}{12\mu} \nabla H(x, y) \right\} = 0 \quad \dots\dots\dots (3)$$

相関長の変化と透水係数の変化の関係で示した図が、図4および図5のである。図4は東西方向の、図5は南北方向の相関長比と透水係数の関係を示した図である。これらの図より、相関長の変化とともに、相関長が増加する方向では流量が増加するのに対し、相関長が減少する方向では流量が減少していることが分かる。また、東西方向と南北方向の相関長比と流量比の関係を図6に示す。流量比は透水の異方性を示すパラメータであり、相関長比と透水の異方性との

キーワード：単一亀裂、透水特性、自己相関関数、開口幅分布、確率微分方程式

〒100-8918 東京都千代田区霞ヶ関 2-1-3 TEL:03-5253-8111

間には強い相関があることが分かる。すなわち、自己相関関数を用いることにより、平均や分散といったスカラー量では表現することのできなかった透水の異方性も表現できることを示している。

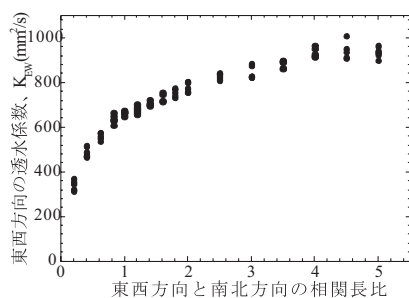


図 4 相関長比と東西方向の透水係数の関係

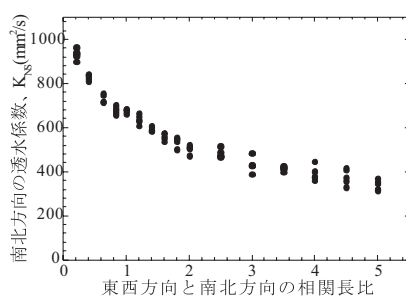


図 5 相関長比と南北方向の透水係数の関係

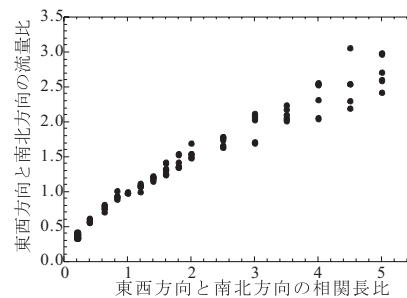


図 6 相関長比と流量比の関係

3. 確率微分方程式による計算

ここでは、単一亀裂内の開口幅分布の平均、分散および自己相関関数が既知の場合に、単一亀裂内の透水の流量や異方性を予測する手法として、亀裂内の透水の支配方程式である Reynolds 方程式を確率微分方程式として解くことを考える。

本研究では、単一亀裂の開口幅分布を平均、分散、自己相関関数が一定の確率変数として与え、Reynolds 方程式を確率微分方程式として解くことにより、亀裂の透水性を評価することを考える。

x 方向の透水の平均流速を 3 次近似まで求めると、式 (4) のようになる。ここで、 $\overline{v_3}$ は、平均流速の 3 次近似を表す。

$$\overline{v_3} = \frac{\rho g}{12\mu} D \times \overline{A}^3 \times \left\{ 1 - 3 \left(\frac{\sigma}{\overline{A}} \right)^2 \frac{2 - \frac{\lambda x}{\lambda y}}{1 + \frac{\lambda x}{\lambda y}} + \dots \right\} \dots\dots\dots (4)$$

式 (4) によると、平均流速は平均圧力水頭勾配 D 、開口幅分布の平均 $\overline{A}$ 、分散 σ^2 および相関長比 $\frac{\lambda x}{\lambda y}$ の関数として表されることが分かる。

7 次までの近似解を確率微分方程式より求めた解析結果を図 7・8・9 に示す。各図中の点はランダムに発生させた亀裂に対する水理解析の結果を示し、実線は確率微分方程式から導かれた解を示している。

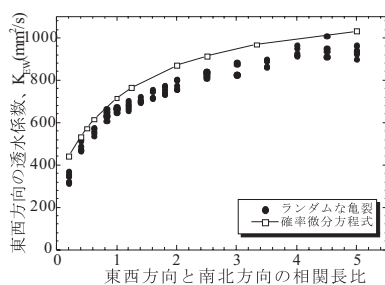


図 7 相関長比と東西方向の透水係数の関係

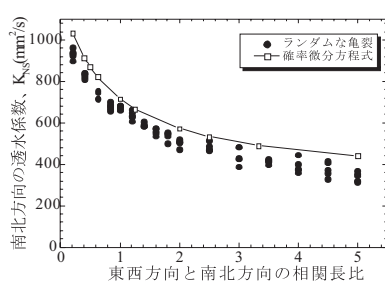


図 8 相関長比と南北方向の透水係数の関係

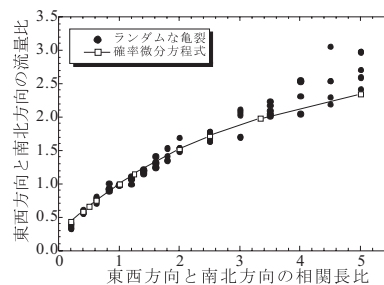


図 9 相関長比と流量比の関係

確率微分方程式により予測される単一亀裂の透水係数の平均値は、ランダムに生成された亀裂を利用した水理解析の結果と良好な一致を示す。

4. まとめ

亀裂の透水性を評価する際には、開口幅分布の平均、分散だけではなく、ベクトル関数である自己相関関数を考慮しなければならないことが示された。また、自己相関関数を考慮することにより、透水方向による流量の異方性を表現することが可能となることが示された。

開口幅分布の平均、分散、自己相関関数といった統計的パラメータから、亀裂の透水性を評価する手法として、確率微分方程式による手法を構築した。亀裂内の透水の支配方程式である Reynolds 方程式を確率微分方程式として解くことにより、透水係数は統計的パラメータの関数として表されることが示された。この手法を用いることによって、異方性を含めた亀裂の透水特性を評価することが可能となった。