

多変量自己回帰モデルによるダム漏水量予測に関する一考察

清水建設(株) ○鈴木 誠・本多 眞

1. はじめに

多変量自己回帰モデル(MARモデル)¹⁾は、互いに相関を有する時系列データを簡単にモデル化する有効な方法である。しかし線形モデルであるために、非線形な挙動に対しては自ずと限界がある。そのため、Box-Cox 変換や季節調整モデルの追加など種々の工夫が提案されてきた。本研究では、ダムの漏水量を一例として、種々の観測データの变量間の相関性から MAR モデルに対するこれらの工夫の適用性を考察する。

2. 制御系多変量自己回帰モデルと非線形への対応²⁾

多変量自己回帰モデルにおいて、ダム漏水量にはダム水温などの变量が一方的に影響する。このようなモデルは制御系多変量自己回帰モデルと呼ばれ、漏水量を被制御変数、その他の観測量を操作変数といい、次式のように表現される。

$$\begin{Bmatrix} Q_t \\ * \\ * \\ * \\ * \\ * \end{Bmatrix} = \mathbf{A}(1) \begin{Bmatrix} Q_{t-1} \\ H_t \\ T_{A;t} \\ T_{W;t} \\ T_{Q;t} \\ R_t \end{Bmatrix} + \mathbf{A}(2) \begin{Bmatrix} Q_{t-2} \\ H_{t-1} \\ T_{A;t-1} \\ T_{W;t-1} \\ T_{Q;t-1} \\ R_{t-1} \end{Bmatrix} + \dots + \mathbf{A}(M) \begin{Bmatrix} Q_{t-M} \\ H_{t-M+1} \\ T_{A;t-M+1} \\ T_{W;t-M+1} \\ T_{Q;t-M+1} \\ R_{t-M+1} \end{Bmatrix} + e_t \quad (1)$$

ここで、漏水量 Q_t 、ダム水位 H_t 、気温 $T_{A;t}$ 、ダム水温 $T_{W;t}$ 、漏水温 $T_{Q;t}$ 、降水量 R_t であり、 $\mathbf{A}(k)$ は係数行列、 M はモデルの次数 e_t はモデル誤差である。左辺の「*」は予測しない変数を示す。次数 M の選択にあたっては漏水温、ダム水温、気温、ダム水位、降雨量の变量を考慮し、AIC を用いた。

ダム漏水量のように常に正の値をとり、ガウス分布とは異なる場合、対数変換したデータがガウス分布に近くなることもある。対数変換を含むより一般的なデータ変換が、Box-Cox 変換である。Box-Cox 変換は次式で表され、定数を無視すると、 $\lambda=0$ のときには対数変換、 $\lambda=-1$ のときには逆数変換、 $\lambda=0.5$ のときには平方根変換、 $\lambda=1$ のときには現データと一致する。

$$z_t = \begin{cases} \lambda^{-1}(y_t^\lambda - 1) & \lambda \neq 0 \\ \ln(y_t) & \lambda = 0 \end{cases} \quad (2)$$

データに対して最適な変換パラメータ λ を求めるためには、様々な λ 値の Box-Cox 変換に対する AIC を求めて最小のものを選択する。

時系列 y_t を周期 p で繰返す季節調整成分 S_i ($i=1, 2, \dots, p$)

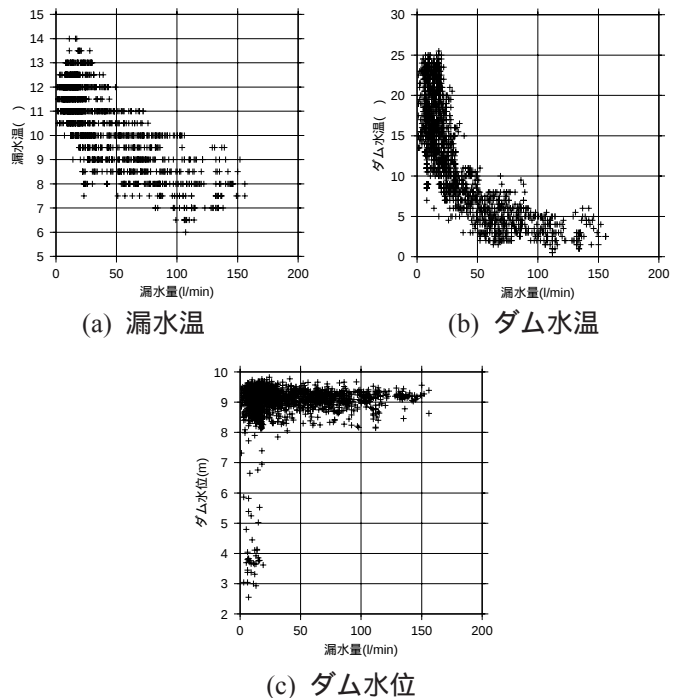


図-1 漏水量との散布図

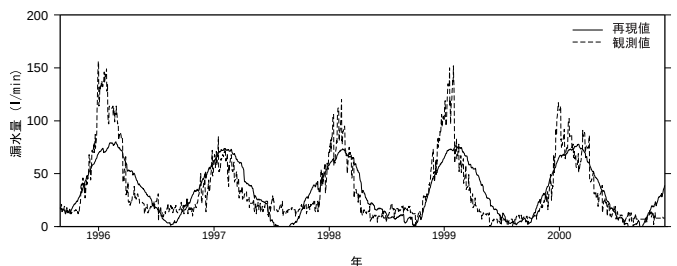


図-2 あてはめ結果 (MAR モデル)

と不規則成分 e_t の線形和で表現する。

$$y_t = S_k + e_t \quad t=1, 2, \dots, n; \quad k=(t \bmod p)+1 \quad (3)$$

この季節調整モデルでは、不規則成分 e_t がガウス分布に従うものと仮定して、最尤法により S_i ($i=1, 2, \dots, p$) の推定値を求める。

3. 解析対象と観測データ

一般に重力式ダムの漏水は、冬季の堤体温度低下によるコンクリートの収縮に伴い、目地が開くことにより生じるというメカニズムを有する。このため冬季に漏水が増加し、夏季に減少するという規則正しい季節変動を示す。ここでは実際の重力ダム計測データのうち、漏水メカニズムから相関性の高いと考えられる漏水温、ダム水温、ダム水位との相関関係を図-1 に示す。どの変数も漏水量とは線形関係にないことがわかる。これを MAR モデルにあてはめた結果を図-2 に示す。周期的変動の傾向

キーワード：統計モデル、時系列解析、漏水量、相関性、予測

連絡先：〒100-0011 東京都千代田区幸町2-2-2 富国生命ビル 清水建設(株) TEL(03)3508-8101 FAX(03)3508-2196

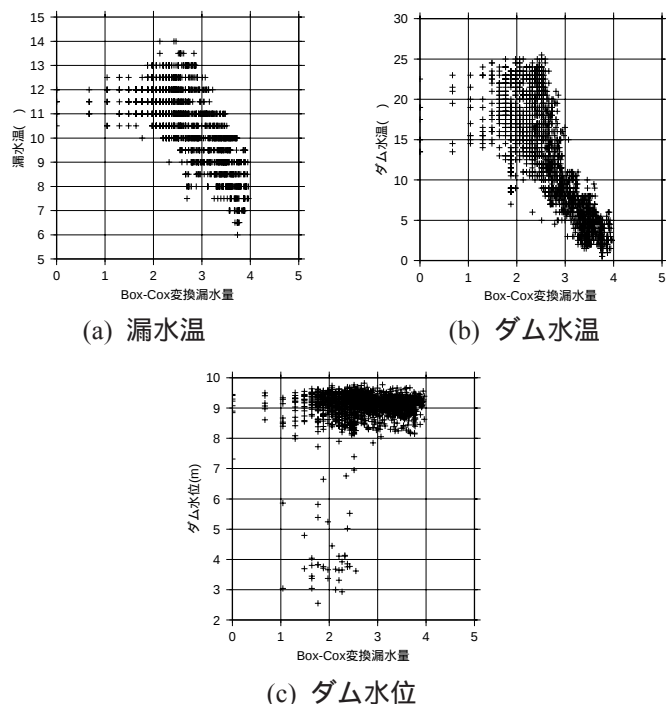


図-3 漏水量との散布図 (Box-Cox 変換)

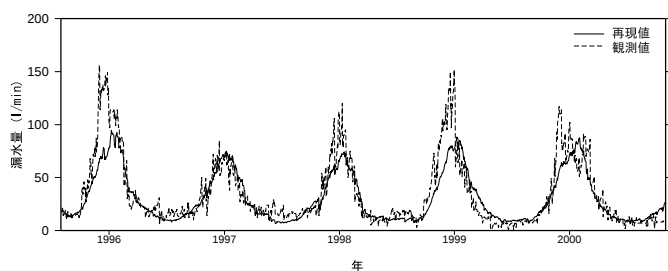


図-4 あてはめ結果 (Box-Cox 変換した MAR モデル)

は捉えているものの、高漏水ピークは低く、ラグも大きいことがわかる。また低漏水期間では漏水量が負となる部分もあり、現実的でない。

次に、漏水量に対してガウス分布として最適な Box-Cox 変換を施すことでデータの非線形性への対応を図った。最適なパラメータ λ は -0.1 と求められ、変換後の漏水量との相関関係を図-3 に示した。図-1 と比べると漏水量やダム水温との線形性が強くなっていることがわかる。この場合の MAR モデルにあてはめた結果を図-4 に示す。漏水量という非負のデータに対する変換として Box-Cox 変換が有効に働き、低漏水期の再現性は高くなっている。しかしながら高漏水のピークは十分に捉えることができず、またラグも残っている。

最後に、Box-Cox 変換後の漏水量と季節変動を示さないダム水位を除く他の変量から、季節調整成分を予め推定して取り除いた後のデータ変動に対するモデルの検討を実施した。図-5 は季節調整成分除去後のデータに対する相関関係を示したものである。原点を中心に分布しており相関性はあまり見られなくなった。しかし MAR モ

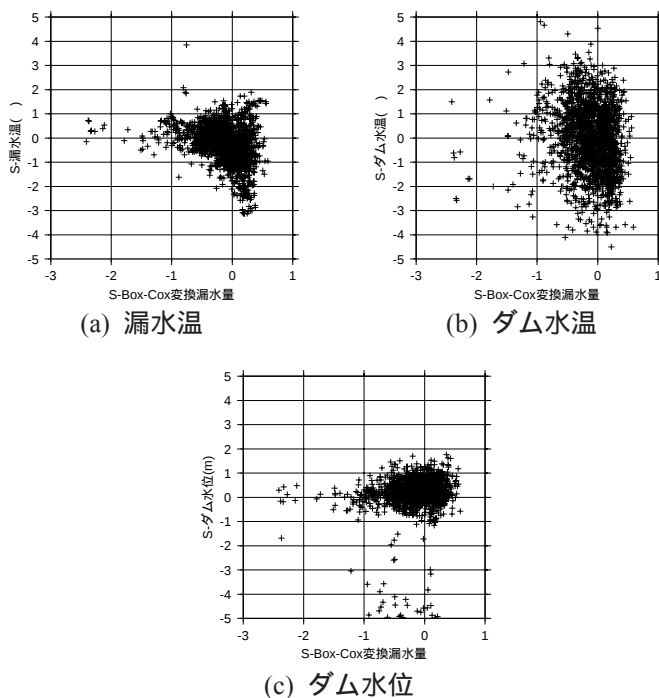


図-5 漏水量との散布図 (Box-Cox 変換と季節調整モデルを考慮)

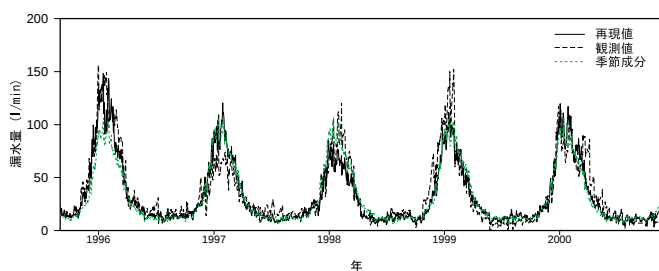


図-6 あてはめ結果 (Box-Cox 変換と季節調整モデルを組み込んだ MAR モデル)

デルにあてはめた結果 (図-6) を見ると、高漏水のピーク値の傾向をよく捉えられており、かなり良い再現性が得られている。図中には季節調整成分も同時に示しているが、これとの差分がモデルによる再現であり、図-5 で示されるわずかな相関性が高漏水ピーク値の傾向を捉えるのに重要な要素となっているものと考えられる。

4. おわりに

非線形性があり制御系多変量自己回帰モデルを用いただけでは再現性が乏しかった観測データも、Box-Cox 変換や季節調整モデルの導入などの線形化への工夫により、ある程度モデル化への対処可能なことを示した。ここでは時間遅れの相関性については言及しなかったが、他の変量とともにこの相関関係も MAR モデルでは考慮されている。

参考文献

- 1) 赤池・中川：ダイナミックシステムの統計的解析と制御，サイエンス社，1972。
- 2) 北川：時系列解析プログラミング，岩波書店，1993。