

フリーメッシュ法の不均質媒体への適用研究

東京大学大学院 学 ○侯波 奥田洋司、矢川元基

1. 緒言

従来の有限要素法に比べて分散並列化に非常に適した大規模かつ高速な数値解析手法の一つとして矢川・山田(1)が提案したフリーメッシュ法がある。この方法は有限要素法をベースとしながらも節点ベースで解析を行うため、入力情報として節点データのみでよく、解析データ作成の負担をかなり軽減することができる。また、従来の有限要素法と同じ方程式系を構成することができるため、従来の有限要素法と同じ精度が得られる。なお、フリーメッシュ法は構造解析や均質媒体における流体解析などへの適用研究が精力的に行われている。

一方、放射性廃棄物処分施設に関する安全評価においては広範囲な地下水流動、及び地下水によって運ばれる放射性核種移行の評価に関する実用的な解析手法の研究も盛んに行われている²⁾。特に、処分場付近の岩盤では、断層や多くの割れ目が想定され、地下水の流れに大きな影響を与えるため、割れ目を考慮した水理モデルおよび解析モデルの開発が関心を集めている^{3,4)}。この場合、複雑な地質構造のモデル作成の困難さや、大規模な有限要素メッシュを用いた計算では、莫大なコンピューター資源が必要となるため、小規模なメッシュによる研究が多い。

そこで、本論文では、フリーメッシュ法の特徴に着目し、解析領域の形状が複雑であり、不均質な流動場となる不連続性岩盤を対象とした地下水流動問題にフリーメッシュ法を適用することを検討する。

2. フリーメッシュ法の基本的なアルゴリズム

基本的なアルゴリズムは次のようなものである。まず、一つの節点を中心節点とし、この節点を中心とするローカル半径内の節点群を候補節点とする。次にこの候補節点群から一定の規則に基づいて衛星節点を決定する。これらの衛星節点を中心節点に関して反時計回りに並べて、一時的にローカル三角形要素を構成する。各三角形要素について、中心節点に関する要素行列の行ベクトル成分のみを計算し、全体行列の節点に関する行の各成分に足し込んでいく。

このように、フリーメッシュ法では、節点ごとに全体行列を計算しており、全体行列の中心節点に寄与する行ベクトルのなかで非零成分を持つのは中心節点および衛星節点に対応する列成分だけとなる。このため、全体行列のなかの非零成分のみを記憶する方法が考えられる。これにより記憶容量を抑えることができるうえ、反復解法に適しているため、大規模並列計算も行いやすい。

3. 不連続性岩盤における地下水流動解析

3.1 支配方程式

不連続性岩盤における地下水流動は不均質な流動であり、その支配方程式は、ダルシーの運動方程式と連続の式からできている。

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left(K_{ij} \frac{\partial h}{\partial x_j} \right) - S \frac{\partial h}{\partial t} + Q = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここに、S は貯留係数(1/L)、 K_{ij} は透水係数成分(L/T)、 Q は単位体積あたりの湧き出し/かん養 (L^3T^{-1})、h は全水頭を表す(L)。

また、初期条件は

$$h(x_i, 0) = h_0(x_i) \quad \dots\dots\dots (2)$$

境界条件は

$$h(x_i, t) = h_{h1}(x_i, t) \quad (\text{水頭指定境界}) \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$-K_{ij} \frac{\partial H}{\partial x_j} n_i = q_{b2}(x_i, t) \quad (\text{流量指定境界}) \quad \dots\dots\dots (4)$$

有限要素式：

$$A_{IJ} H_J + C_{IJ} \frac{\partial H_J}{\partial t} = D_I + R_I = F_I$$

ここに、

$$A_{IJ} = \int_V \frac{\partial N_I}{\partial x_i} K_{ij} \frac{\partial N_J}{\partial x_j} dV$$

$$C_{IJ} = \int_V S N_I N_J dV$$

$$D_I = \int_V Q N_I dV$$

$$R_I = -\int_{B2} q_{b2} N_I dB$$

ここで、 $N_I(x_i)$ は節点水頭と要素内任意点 x_i の水頭値とを結び付ける内挿関数マトリックスの J 節点における成分であり、 $H_I(t)$ および $\partial H_I(t)$ は時刻 t における節点 J の水頭値である (x_i : i 方向の座標値、 $i=1$ の時に、 x 座標、 $i=2$ の時に、 y 座標)

3.2 フリーメッシュ法を不均質媒体に適用する上での改良点

(a) 入力情報の追加

従来のフリーメッシュ法の節点情報は、節点座標と節点密度のみであったが、不均質な地下水流動解析に適用できるように、上記に加え、内部境界と外部境界上の節点数、節点番号テーブル、節点座標情報、内外境界数、内部領域数、内部各領域間の境界上の節点数と番号テーブル、湧き出し/かん養節点数と番号テーブル、および水頭指定境界か流量指定境界の情報を追加した。そして、透水係数と貯留係数といった節点物性値も入力情報に加えた。

(b) 解析の指針

