粒状体の静的挙動解析における各種解析法の比較

東北大学　学生員　○山田耕一郎
東北大学　正会員　　岸野　佑次
東北大学　正会員　　金子　賢治

1. はじめに

粒状体の微視力学研究を行うために，個別要素法[1)]（DEM）や粒状要素法[2)]（GEM）等が用いられてきた．この内，個別要素法はアルゴリズムの問題により応力制御を正確に行うことは必ずしも容易ではない[3)]．本研究では，その問題点を改善したとされるKuhnによる個別要素法[4)]，従来の個別要素法，粒状要素法を用いて，応力制御による側圧一定2軸圧縮試験およびプローブ試験を行い，各解析法の比較・検討を行う．

2．各種解析法の概説

1）粒状要素法

粒状要素法では着目した粒子Gの移動ベクトル

$$\Delta X_G = (\Delta x, \Delta y, r\Delta w)^t_G \tag{1}$$

とこれに対応して生じる合力ベクトル

$$\Delta F_G = (\Delta f_x, \Delta f_y, \Delta m / r)^t_G \tag{2}$$

より，要素剛性方程式

$$\Delta F_\mathrm{G} = S_\mathrm{G}\ \Delta X_\mathrm{G} \tag{3}$$

を構成する．ここに，$S_G = \sum_C S_C T_C$ は要素剛性マトリクスであり，T_Cは座標変換マトリクス，S_Cは仮想バネ剛性マトリクスである．解析領域の全粒子について式(3)を重ね合わせた全体剛性関係式（隣接粒子の移動を考慮しない簡易式）

$$\Delta F = S\Delta X \tag{4}$$

を任意の境界条件の下で逐次解析することにより粒子集合体の平衡位置を見い出す方法である．ここに，ΔFは全粒子の合力ベクトル，ΔXは全粒子の移動ベクトルSは全体剛性マトリクスである．この逐次計算過程においては，Coulombの摩擦則に支配される滑りや接触状態の変化が生じるので，Sは時々刻々修正する必要がある．粒状要素法ではΔF_Gには粒子間接触力粒子間接触状態および物体力のみ関与する．

2）従来の個別要素法

ΔF_Gに粘性項を加えた運動方程式

$$\Delta F_\mathrm{G} = M_\mathrm{G}\ \Delta \ddot{X}_\mathrm{G} \tag{5}$$

を構成し，これをもとに粒子位置・回転を数値積分により求める．この方法では時間ステップのとり方が重要であり，とくに静的問題を解析する際には慣性力ができるだけ小さくなるように工夫する必要がある．

3）Kuhnの個別要素法

応力制御に関して，時間ステップ毎に収束判定値以下で静的平衡状態が保たれるように以下のような収束条件を設けている．

$$\Psi = \sum_{n=1}^{3} \left|\sigma_n^a - \sigma_n^t\right| \Big/ \sum_{n=1}^{3} \left|\sigma_n^t\right| \tag{6}$$

σ^aは各ステップ毎に与える応力であり，σ^tは粒子間の接触から算出される応力である．nは応力テンソルの各成分を表している．パラメータΨが許容値以下になるまで収束計算を行うが，この時，あらかじめ定めておいた仮想の剛性マトリックスを用いる．

表-1　解析精度

解析法		時間増分
従来のDEM	DEM-1	$\Delta t = 10^{-3}$(s)
	DEM-2	$\Delta t = 10^{-4}$(s)
KuhnのDEM	DEM*-1	$\Delta t = 10^{-3}$(s)
	DEM*-2	$\Delta t = 10^{-4}$(s)

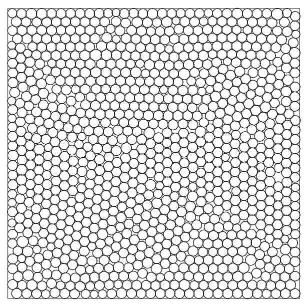

図-1　初期モデル

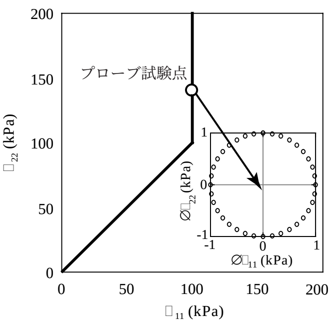

図-2　載荷経路とプローブ方向

キーワード：粒状体，個別要素法，粒状要素法，応力制御

980-8579 宮城県仙台市青葉区荒巻字青葉06　TEL:022-217-7425　FAX:022-217-7423

3. 解析条件

本研究における解析は，全て周期境界条件の下での応力制御で行った．ユニットセルは粒子1000個から成る粒状体モデルを用いた．粒径は0.10～0.15cmに統一した．初期パッキングモデルを図-1に示す．初期状態は，初期拘束圧が100kPaとなるように生成した．粒子間ばね定数は，法線方向 200 kN/m 及び接線方向140kN/m，粒子間摩擦角は15°とした．また，個別要素法において用いた時間増分を表-1に示す．

載荷方法は図-2に示すように等方圧縮状態からσ_{11}を一定とし，σ_{22}を200kPaまで漸増させる２軸圧縮せん断試験とした．また，プローブ試験点は図-2に示すようにσ_{22}の値が140kPaとなる点とした．プローブ試験点は図-2に示す10°毎合計36方向について応力増分の大きさ$|\Delta\sigma| = 1\mathrm{kPa}$として載荷・除荷を行い弾塑性ひずみ増分を求めた．

4. 解析結果

応力比σ_rと最大せん断ひずみ$\gamma_{\max}$との関係を図-3に示す．ここでは，時間増分$\Delta t = 10^{-4}$のDEMのみを示した．各パラメーターはε_1，ε_2を主ひずみ，σ_1，σ_2を主応力として次式で表される．

$$\gamma_{\max} = |\varepsilon_1 - \varepsilon_2| \times 100(\%), \quad \sigma_r = q/p$$

$$p = (\sigma_1 + \sigma_2)/2, \quad q = |\sigma_1 - \sigma_2|/2$$

図-3より，DEMは，解析法によらず，応力のピーク値に近づくにつれて，応力制御の精度が低くなり，指定したσ_{22}の値の手前で解析が途中で止まるという結果になった．誤差と最大せん断ひずみ$\gamma_{\max}$の関係を図-4,5に示す．誤差は次式で表される．

$$誤差(\%) = \left(\sigma_{ij}^a - \sigma_{ij}^b\right)/\sigma_{ij}^a \times 100$$

σ^aは各ステップ毎に与える応力であり，σ^bは実際に各ステップ毎に得られた応力である．

図-4,5より，載荷速度を10分の1にすると，DEMは精度が10倍良くなることがわかる．これにより，動的つりあい式を解くDEMにおいても図-5に示される精度で静的な問題を扱えることがわかる．しかし，応力制御に関してはGEMが最も精度の良いという結果が得られた．図-6に図-3の解析に要した計算時間を示した．これらの図より，DEM-1は計算時間が最も短かいため，粒状体の大まかな挙動を調べるには有効である．またDEM-2，DEM*-2はGEMと比べ計算時間が多く，精度の面から検討しても劣ることがわかる．このため静的問題を扱う場合，GEMが有効であると結論づけられよう．

プローブ試験により得られたDEM*-1の塑性ひずみ増分とその増分を基に非関連流動則として最小二乗法により求めた理論値とを図-7に示す．図-7より，DEM*-1は理論値と比べランダムな誤差を生じる塑性ひずみ増分応答を示している．このため，DEM*-1による応答には数値誤差が含まれると考えられる．一方，GEMはスムーズな塑性ひずみ増分を示す結果が得られたが紙面の関係上省略する．

参考文献

1)Cundall, P. A. and Strack, O. D. L. : A discrete numerical model for granular assemblies, Geotechnique, Vol.29, No. 1, pp. 47-65, 1979.

2)岸野佑次：新しいシミュレーション法を用いた粒状体の準静的挙動の解析，土木学会論文集，No. 406，pp. 97-106，1989.

3)Bardet,J.P.:Numerical Simution of the Incremental Responses of Idealizzed granular Materials,Int.Jour.Plasticit,VOl.10,No8,pp.879-908

4)Kuhn M. R. and Mitchell, J. K. : Modelling of soil creep with discrete element method, Engineering computaions, Vol. 9, pp. 277-287, 1992.

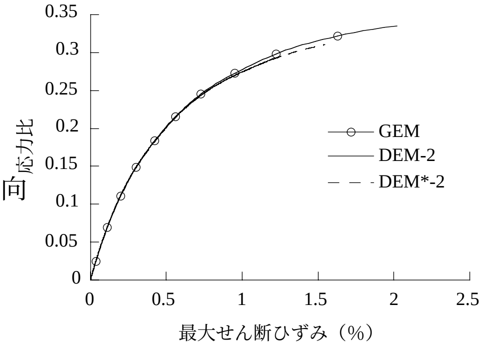

図-3 応力ひずみ曲線

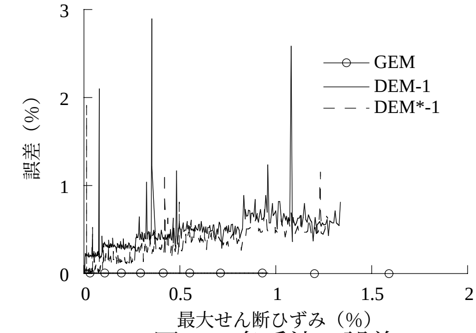

図-4 各手法の誤差

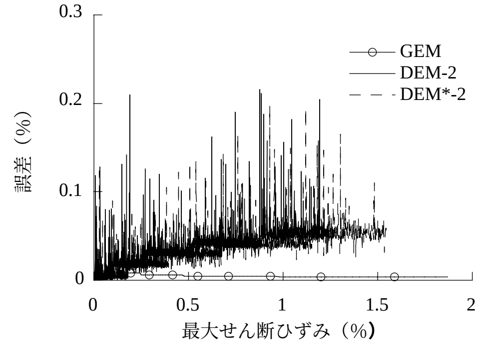

図-5 各手法の誤差

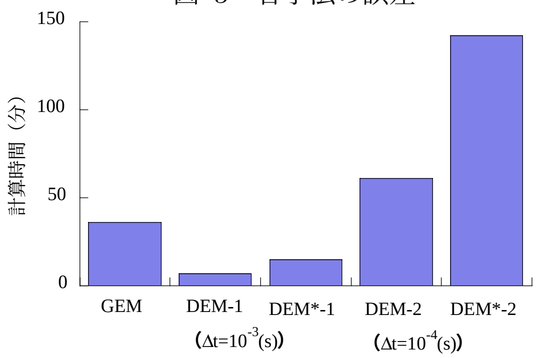

図-6 各手法の計算時間

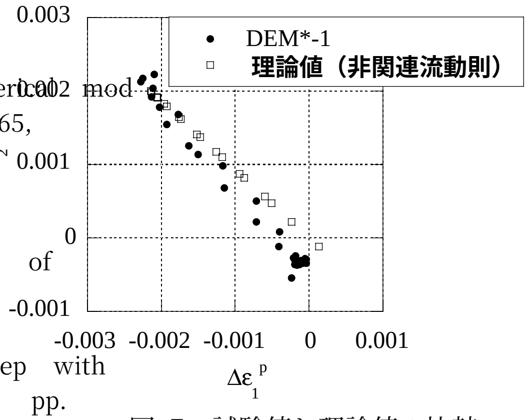

図-7 試験値と理論値の比較