

トンネル沈下の FEM 解析における領域問題

近畿大学理工学部 正会員 久武 勝保

近畿大学大学院総合理工学研究科 学生会員 ○山崎 康裕

1. はじめに

地表付近のトンネル建設において既設構造物への影響が懸念される場合には、これを数値解析で予測することが行われる。この場合有限要素法（以下、FEM）がよく採用されるが、解析結果と現場計測結果は必ずしも一致しない。この原因の一つとして、FEM 解析における領域広さの問題が挙げられる。すなわち FEM では半無限に存在する地盤をある有限な領域に置換して解析するが、この領域の大小によって解析結果が大きく異なることは従来知られていることである。本研究では FEM の解析領域問題で生じるメカニズムを理論的に究明することを目的とする。

2. 掘削解放合力

トンネル掘削による周辺地盤の変位を求めるには、掘削時に解放される地盤応力をあらかじめ求めておく必要がある。トンネル境界で解放される応力 w_i は

$$w_i = \sigma_{ij} \cdot n_j \quad (1)$$

ここで、 σ_{ij} はトンネル境界線上の初期応力、 n_j はトンネル境界に立てた内向き単位法線ベクトル n の j 座標方向成分を示し、 w_i を掘削解放応力という。水平な地表面を有する図 1 の地盤においては $\sigma_{21} = \sigma_{12} = 0$ であり、また初期応力の鉛直方向成分が土被り圧力に一致するとし、平面ひずみ条件を仮定すれば、式(1)は次のように表すことができる。

$$w_1 = \frac{\nu}{1-\nu} \gamma (h + a \cos \theta) \sin \theta \quad (2)$$

$$w_2 = \gamma (h + a \cos \theta) \cos \theta \quad (3)$$

ここで、 θ は座標 2 の正方向からベクトル n に対して時計回りに測った角度である。また、 h はトンネル深さ、 a はトンネル半径、 ν は地盤のポアソン比、 γ は地盤の単位体積重量である。上記に示す各方向の掘削解放応力をトンネル壁面全周にわたって積分すれば、トンネル掘削によって生じる各座標方向の合力 W_1 、 W_2 が求まる。

$$W_1 = 0 \quad (4)$$

$$W_2 = A\gamma \quad (5)$$

ここで、 A はトンネル断面積である。すなわち、地盤掘削によって発生する掘削解放応力のうち、水平合力 W_1 は 0 であるが、鉛直合力 W_2 （以下、掘削解放合力）は掘削した土の重量によって表され、これが地盤に作用することになる。後述するように、トンネル掘削に伴う地表沈下を FEM 解析で予測する場合において、解析結果はここで示した合力の存在により大きく影響を受けることになる。

3. トンネル掘削時の解放応力と FEM 解析領域の関係

図 2 に示す二次元 FEM 地盤に重力による初期応力を発生させた後、円形トンネルを掘削する場合を考える。その際、鉛直方向の解放応力を取り出して表せば図 3(A) となる。トンネル上半部と下半部の応力差は土被り深さの違いにより生じるものであり、その値は掘削で取り除かれた地盤重量と同値である。図 4 には図 3(A) の応力のみを解放した場合の結果を示しているが、この場合の地表面の最大沈下量 $u_{\max}$ はトンネル下部地盤の領域深さ h' の大きさによって変化している。ここで、 G は地盤のせん断弾性係数である。このような現象は図 3(A) の掘削解放応

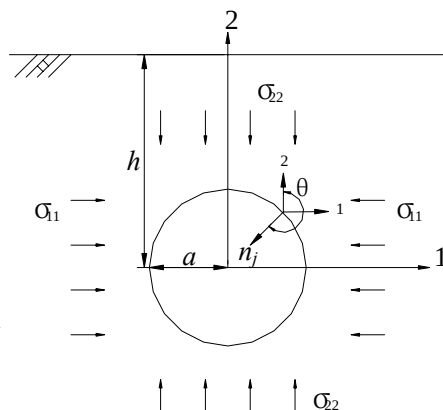


図1 トンネル周辺の初期応力と幾何特性

キーワード 有限要素法, 解析領域, 掘削解放合力, 地表面沈下

連絡先 〒577-8502 大阪府東大阪市小若江 3-4-1 近畿大学理工学部社会環境工学科 TEL06-6730-5880 ext 4673

力を図3(B)と(C)に分解して取り扱うことにより明らかにすることができる。即ち、図3(B)は下半部で解放する応力が上半部で解放する応力と絶対値が同じで逆符号になる応力であり、図3(C)は掘削地盤重量に起因する解放応力である。前者の鉛直方向応力の合力 W_2 は0であり、後者は $W_2 = A\gamma$ となる。このように、二つに分けた掘削解放応力に対して個別に解析を行った結果が図4中に示されている。

図4によれば、図3(B)の応力を解放した場合の結果は、解析領域 h'/a の影響を受けずほぼ一定の沈下量が得られるが、これに対して図3(C)の応力を解放した場合では、 h'/a にほぼ比例して地表面が隆起している。すなわち、トンネルより下の解析領域の大小によって地表変位が変化する原因は、トンネル掘削時に解放される鉛直合力の有無にあることがわかる。なお、図4において、図3(A)の解放応力による地表鉛直変位が、図3(B)と(C)のそれぞれの鉛直変位の和になっているのは当然である。

4. 合力による変位特性

以下では図3(C)の上向き合力 $W_2 = A\gamma$ が地盤変位にどのような影響をあたえるかについて理論的に明らかにする。

図3(C)の上向き合力によって発生するトンネルより下の任意水平面の鉛直方向平均ひずみ ε_w を求めれば、鉛直方向平均応力が $\sigma_w = A\gamma/L$ であるから、平面ひずみ条件を仮定して次のようになる。

$$\varepsilon_w = \frac{(1-2\nu)(1+\nu)A\gamma}{E(z)(1-\nu)L} \quad (6)$$

$E(z)$ はトンネル中心より下向きに取った座標 z での弾性係数である。得られた平均ひずみをトンネル下部の領域 h' にわたって積分すれば掘削解放合力によって生じるトンネル中心水平面の平均鉛直変位 u_w (=隆起量) が求められ¹⁾、

$$u_w = \frac{a^2\gamma(1+\nu)(1-2\nu)}{(1-\nu)L} \int_0^{h'} \frac{dz}{E(z)} \quad (7)$$

上式によれば、掘削地盤重量に起因して発生する地表隆起量はポアソン比の影響を受けると共に、トンネルより下の地盤深さ h' に比例し、トンネル横断面内の水平地盤幅 L に反比例することがわかる。また、トンネルより上部地盤の弾性係数、ポアソン比には無関係である。

図5は $W_2 = A\gamma$ の作用によって発生する地表面の平均鉛直変位について、式(7)で求めた理論結果とFEMで求めた結果を比較して示したものである。ただし、地盤の弾性係数は均一としている。 h' と L の変化に対して、両者の結果が一致していることより式(7)の妥当性が確認できる。

5. 結論

半無限地盤を有限領域に置換して行うFEM解析では、その解析領域の大小により地表沈下が変化するが、このメカニズムを理論的に明らかにした。

参考文献

- 1) 久武勝保・山崎康裕：トンネル沈下のFEM結果に及ぼす解析領域の影響，トンネルと地下，Vol.32，No.11，pp.45-50，2001.

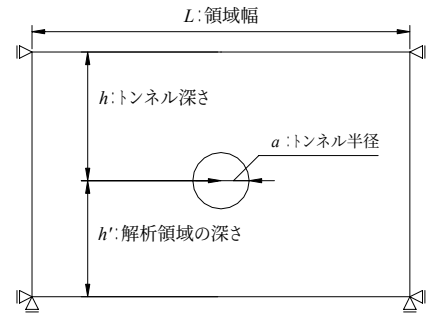


図2 解析領域の定義

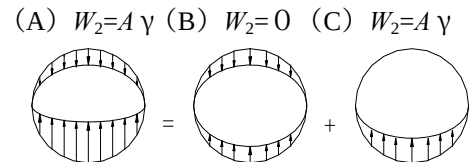


図3 掘削解放応力の分解

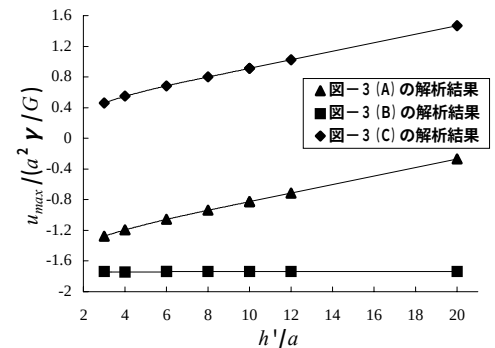


図4 図3の各応力を解放した場合の地表面最大沈下と領域深さの関係 ($L=16a$, $h=4a$, $\nu=0.3$)

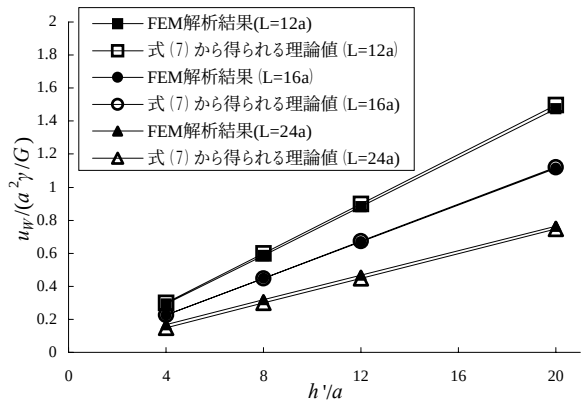


図5 合力による地表平均変位の理論値とFEM値との比較 ($h=4a$, $\nu=0.3$)