

日降水量時系列データのスケーリング

防災科学技術研究所 正会員 ○葛葉 泰久
 京都大学防災研究所 正会員 友杉 邦雄
 防災科学技術研究所 フェロー 岸井 徳雄

1. 序論

著者らは、葛葉ら(2001)で、洪水流量のスケーリング特性が *simple scaling* である地域に限って、 T 年確率洪水流量と流域面積の関係を明らかにした。今後は、*multi-scaling* についても同様の検討を行う。ここで、時空間的に変動の激しい降水の特性をとらえてスケーリング理論を展開するためには、降水のフラクタル特性をカスケード理論によって表現するのが便利である（Over *et al.*, 1994 など）。本稿では、その前提となる、日本の日降水量データのフラクタル特性について、特に時間的なそれについて検討した結果を報告する。

2. データ

気象庁提供の地上気象観測データのうち、1961 年～2000 年の日降水量データを用いた。各観測点で、連続する 8192 ($=2^{13}$) 個の日降水量データが有効な（その間に欠測がない）観測点のデータだけを用いた。ただし、連続する 64 個のデータの中の欠測が 1 個だけである場合には、その日降水量を 0 として「有効」とみなした。このようにして得られた 8192 個のデータのうち、なるべく新しいものを観測点ごとの時系列データとした。以上の手続きによって解析対象となった観測点数は、151 点であった。

3. 解析方法

まずは、Over *et al.* (1994)、Svensson *et al.* (1996)らと同様の方法で、フラクタル性の確認をした。すなわち、データの全長 $L_0 = 8192$ 、分割数 $b = 2$ とすると、 n 回目の分割後のデータ長は $L_n = 8192 / 2^n$ 、時間スケールは $\lambda_n = L_n / L_0$ ($n = 0, 1, \dots, 13$) となる。 $\mu(n, i)$ ($i = 1, \dots, 2^n$) を、 L_n における降水量とすると、フラクタル性を有する場合、そのモーメント $M_n(q)$ （式(1)）と λ_n の間には式(2)のような関係がある。

$$M_n(q) = \sum_i \mu(n, i)^q \quad (1) \quad M_n(q) = \lambda_n^{-\tau(q)} \quad (2)$$

ただし、 $q = 0$ の場合 0 となる $\mu(n, i)$ は $M_n(q)$ の算定から除外される。以下、この $\tau(q)$ の挙動について調べる。

4. 解析結果

(a) 特性関数 $\tau(q)$ 図-1 に、例として地点 401（稚内）における、 $\log_2 [\lambda_n^{-1}] (= n)$ と $\log_2 [M_n(q)]$ の関係を示す。上から順に、 $q = 0, 0.5, 1, 1.5, 2, \dots, 5$ に対応する。Svensson *et al.* (1996) は、事前検討の結果、 $L_n \leq 32$ （日）を対象に $\tau(q)$ を求めているが、著者らも、 $0 \leq n \leq 13$ について $\tau(q)$ の変化を調べた結果、 $8 \leq n \leq 13$ の範囲、つまり、同じく $L_n \leq 32$ （日）の範囲でフラクタル特性を論じるのが適当と判断した。この範囲でフラクタル性がある場合、 $\tau(q)$ はスケール (λ_n) に関わらず一意に決まる。すなわち、 $\log_2 [\lambda_n^{-1}] (= n)$ と $\log_2 [M_n(q)]$ の関係が線形になる。すべての地点において、それぞれの q に対応する決定係数 r^2 を調べた結果、ほとんどの観測点において、いずれの q に対してもこの線形性が十分な大きさ（0.90 以上）の決定係数をもって成立していた。よって、日本のほとんどの地点においては、気候区分に関係なく、日降水量時系列データがフラクタル性を有すると考えられる。

(b) ランダムカスケード（ β モデル）の導入 マルチフラクタルをモデル化する手法の一つにランダムカスケードがあるが、その詳細は文献（Over *et al.*, 1994 など）を参照されたい。ここでは、ランダムカスケードのうち、 β モデルを導入し、そのパラメータ p の挙動を調べる。 β モデルでは、カスケードジェネレーター W を、式(3)のように仮定する。

$$W = 0 \quad (\text{確率 } p), \quad W = (1-p)^{-1} \quad (\text{確率 } 1-p) \quad (3)$$

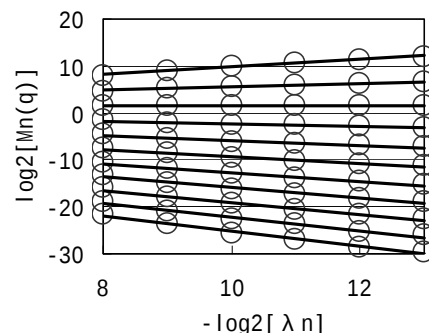


図-1 モーメントと時間スケールの関係

式(3)の p は、前述の $\tau(q)$ を用い、式(4)のように推定することができる。

$$p = 1 - b^{-1 + \tau(0)} \quad (\text{本稿では } b=2) \quad (4)$$

この式により推定した p と、8192個の日降水量から求めた平均日降水量(mm/day)の関係を示したのが図-2である。図-2より、平均日降水量が大きくなるに従い、パラメータ p が小さくなる様子がわかるが、その傾向は、図中の赤線の上のデータ群と下のデータ群に分けた方がさらに明確になる。パラメータ p は、無降雨日の割合を示すものではなく、カスケードによる分割を行う際に無降雨日が増殖する割合であるが、それが大きい場合に無降雨日が増え、よって p が大きい場合に平均日降水量が小さくなるのは自然なことである。次に、図-2中にプロットされたデータが二つのグループに分けられることの根拠を探る。

(b) p の分布 図-3(4)は、図-2中の赤線より上(下)にプロットされたデータに関し、観測点の位置に p の値を円の半径と色で示したものである。図-3,4とも、0-0.15を青、0.15-0.18を緑、0.18-0.2を黄、0.2-を赤で示した。両図より、図-2中の上のグループの観測点が太平洋側に分布していること、またそこでは p が比較的大きいことがわかる。逆に下のグループの観測点は日本海側に位置し、 p が比較的小さい。これらから、太平洋側、日本海側では、日降水量時系列データのフラクタル特性に違いがあることがわかる。その理由は、それぞれの地域の降水の特性に起因するものと考えられる。

(c) マルチフラクタル性 $\tau(q)$ を q に対してプロットした曲線が直線になるなら(モノ)フラクタル、下に凸になるならマルチフラクタル的特性があることが知られている。上述(a),(b)で得られた知見に基づき、それぞれのグループについて、 $\tau(q)$ と q の関係を示したのが図-5(上のグループ)、図-6(下のグループ)である。なお、ここでは、 $q=5$ に対する前述の決定係数が0.95以上のものだけをプロットした。いずれのグループとも、マルチフラクタル的特性を示しており、両者の差は明確ではない。

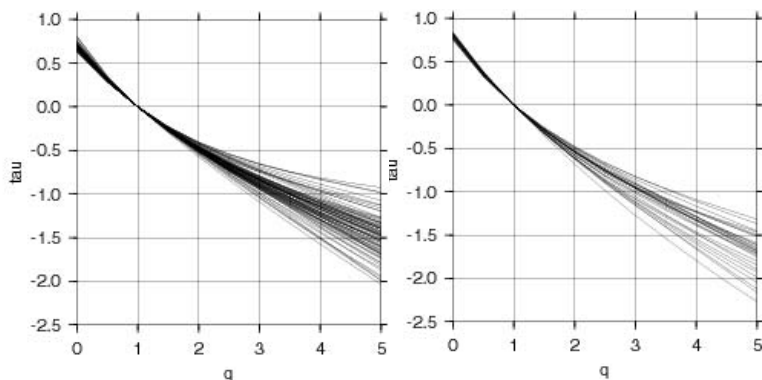


図-5 q と $\tau(q)$ の関係。ただし、図-3と同じく図-2中の上のグループに対応。

図-6 q と $\tau(q)$ の関係。ただし、図-4と同じく図-2中の下のグループに対応。

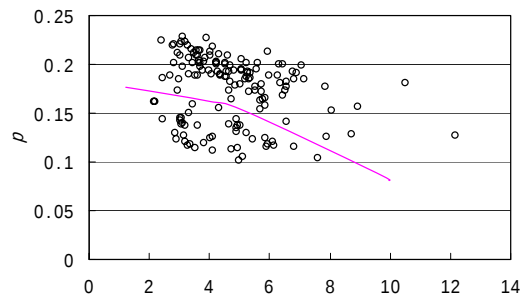


図-2 平均日降水量(横軸, mm/day)とパラメータ p の関係

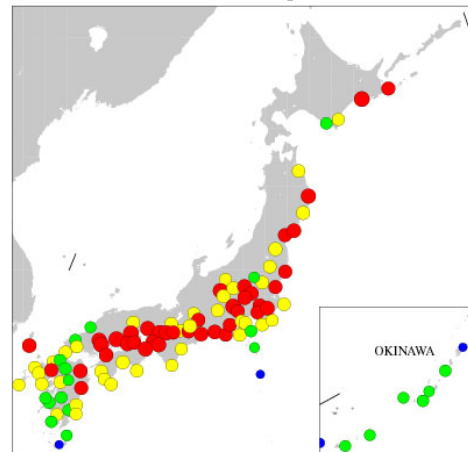


図-3 パラメータ p の分布。ただし、図-2における赤線より上のデータに対応している。

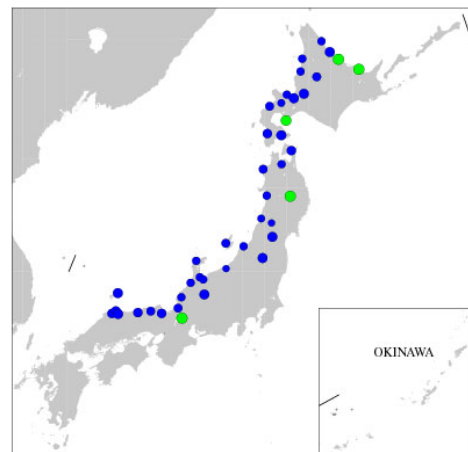


図-4 パラメータ p の分布。ただし、図-2における赤線より下のデータに対応している。

6. 結論

日降水量時系列データのフラクタル性について調べた。βモデルのような簡単なモデルは、必ずしもこの種のデータのモデル化に適切とは言えないが、パラメータ p を介し、太平洋側と日本海側にその傾向の違いがあることが示された。

参考文献：

- 葛葉ら (2001): 56 回年講概要集。
- Over et al. (1994): JAM, 33, 1526-1542.
- Svensson et al. (1996): WRR, 32, 2463 -2472.