

砂堆の発生・発達過程と流れの抵抗則の数値解析

京都大学大学院工学研究科 学生員 音田 慎一郎
 京都大学大学院工学研究科 正会員 細田 尚

表-1 計算の水力条件

q (cm ³ /s/cm)	$\sin \mathbf{q}$	f	d (cm)
200	1/500	0.01	0.04

1.はじめに 本研究は、鉛直加速度を考慮した開水路流れの基礎式と非平衡流砂モデルを用いて砂堆の発生・発達過程の数値解析を行い、発達過程において生じる流れの抵抗増加について検討したものである。

2.基礎式 本研究で用いる基礎式は、次式で表される鉛直加速度を考慮した開水路流れの基礎式である¹⁾。

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dx} \left(\frac{q^2}{h} \right) + \frac{d}{dx} \left(\frac{gh^2}{2} \cos \mathbf{f} \right) - \frac{d}{dx} \left\{ \frac{q^2}{3h} \left(\frac{dh}{dx} \right)^2 \right\} \\ & + \frac{d}{dx} \left(\frac{q^2}{3} \frac{d^2 h}{dx^2} \right) - \frac{d}{dx} \left(\frac{q^2}{2h} \frac{dh}{dx} \frac{dy_b}{dx} \right) + \frac{d}{dx} \left(\frac{q^2}{2} \frac{d^2 y_b}{dx^2} \right) \\ & + \frac{dy_b}{dx} \left[gh \cos \mathbf{q} - \frac{U^2}{2} \left(\frac{dh}{dx} \right)^2 - U^2 \frac{dh}{dx} \frac{dy_b}{dx} + \frac{U^2 h}{2} \frac{d^2 h}{dx^2} \right. \\ & \left. + U^2 h \frac{d^2 y_b}{dx^2} \right] = gh \sin \mathbf{q} - \frac{t_{bx}}{\mathbf{r}} + \frac{d}{dx} \left(ah^2 U \frac{dU}{dx} \right) \quad (1) \end{aligned}$$

ここに、 x ：空間座標、 h ：水深、 y_b ：基準面からの路床変動、 q ：単位幅流量、 U ：水深平均流速、 t_{bx} ：底面せん断応力、 g ：重力加速度、 \mathbf{q} ：路床変動、 \mathbf{r} ：水の密度、 a ：渦動粘性係数の係数(本研究では0.05)。

底面せん断応力の評価式については、ポテンシャル流解析の流速分布形と路床近傍の局所的な加速・減速効果を考慮した次式で評価する²⁾。

$$\frac{t_{bx}}{\mathbf{r}} = fu_b^2 \left(1 - \Gamma \frac{dh}{dx} + \Delta \frac{dy_b}{dx} \right), \quad \Gamma = 2, \Delta = 1 \quad (2)$$

$$u_b = \frac{q}{h} + \frac{q}{3h} \left(\frac{dh}{dx} \right)^2 + \frac{q}{h} \frac{dh}{dx} \frac{dy_b}{dx} - \frac{q}{6} \frac{d^2 h}{dx^2} - \frac{q}{2} \frac{d^2 y_b}{dx^2}$$

路床変動解析には、流砂の非平衡性を考慮した(3)式を用いる³⁾。

$$\frac{dy_b}{dt} = \frac{1}{1 - \mathbf{I}} \frac{A_3}{A_2} d(p_d - p_s) \quad (3)$$

ここに、 p_s ：pick-up rate、 p_d ：deposit-rate、 d ：河床材料の粒径、 \mathbf{I} ：河床の空隙率、 A_2, A_3 ：砂粒の2次元、3次元の形状係数(= $p/4, p/6$)

pick-up rateの算定には、中川・辻本による(4)式を用い、deposit-rateはpick-upされた土砂体積が(5)式で表されるstep lengthの確率密度関数に従って堆積するものとして

計算する。

$$p_s \sqrt{d/(s/\mathbf{r}-1)g} = 0.03t_* (1 - 0.035/t_*)^3 \quad (4)$$

$$f_s(s) = \frac{1}{\Lambda} \exp\left(-\frac{s}{\Lambda}\right) \quad (5)$$

ここに、 s ：粒径の密度、 t_* ：無次元掃流力、 Λ ：step length(=100d)。

3.数値解析法 流れの数値解析法として、(1)式と同様な基礎式により波状跳水を再現した収束計算法を適用する^{3),4)}。具体的には、まずある計算ステップ k での h_i^k を既知とする。次に(1)式の離散式に h_i^k を代入して、各点での誤差 er_i^k を求める。この誤差と次式を用いて次のステップ $k+1$ での水深を計算した。

$$h_i^{k+1} = h_i^k + sig(k) \cdot \mathbf{w} \left| er_i^k \right|, \quad \mathbf{w} = 0.02$$

$$sig(k) = -1 \cdot sig(k-1) \quad \text{for} \quad \left| er_i^k \right| \geq \left| er_i^{k-1} \right|$$

$$sig(k) = 1 \cdot sig(k-1) \quad \text{for} \quad \left| er_i^k \right| < \left| er_i^{k-1} \right|$$

流れの収束計算を100万ステップ行った後、(3)、(4)、(5)式によって路床変動計算を2秒間($t=0.1s$)行い、再び流れの収束計算を行った。

4.計算条件と結果の考察 長さ8m(原点を上流端、 $x=2cm$)の水路を考え、上流・下流の40cmをそれぞれ固定床とした。計算の水力条件を表-1に示す。水面形解析では、3つの境界条件が必要となるため³⁾、下流端で等流水深を与え、上・下流端で $dh/dx=0$ とした。また、流砂量については、固定床・移動床の境界の上流側10メッシュ、下流側1メッシュの計12メッシュから土砂をpick-upさせ、路床変動計算後、河床高を0に戻した。

図-1は、 $t=500(sec)$ での4-5m区間を拡大したものである。中川等⁵⁾が指摘したように、河床波発生初期での水面波に回答した規則的な河床波が確認できる。

図-2は、砂堆の発生・発達過程の計算結果を示したも

砂堆、数値解析、流れの抵抗則

〒606-8501 京都市左京区吉田本町 TEL: 075-753-5074 FAX: 075-761-0646

のである．初期に発生した微小擾乱が，時間の経過とともに増幅していき，砂堆が発達していく様子が再現されている．細田等⁴⁾は砂堆の発生・発達過程の数値シミュレーションを行っているが，発達過程で予想される流れの抵抗増加を明らかにしていない．この理由として，水深勾配がある限界値を超えると静水圧とし，鉛直加速度項を考慮していないためであると考えられる．この点を改良するため，本研究では水深勾配がある限界値を超えると鉛直加速度項に減衰関数を局所的に乗じている．図-2 をみてみると，砂堆が発達してくる $t=3000(\text{sec})$ から水面形が低下背水曲線を示しており，流れの抵抗すなわち水深が増加していることが分かる．

5. おわりに 本研究では，砂堆の発生・発達過程の再現計算を行い，砂堆の発達過程における流れの抵抗増加について確認した．今後，多くの水理条件のもとで計算を行い，従来の研究結果と定量的に比較・検討することで，

モデルの適応性について検証したい．

参考文献 1) 細田 尚等, 土木学会論文集, No.558/ -38, pp81-89, 1997. 2) Nakagawa, H. and Tsujimoto, T., Proc. ASCE, Vol.106, HY12, pp.2029-2051, 1980. 3) 細田 尚等, 水工学論文集, 第 38 巻, pp.457-462, 1994. 4) 細田 尚等, 水工学論文集, 第 44 巻, pp.617-622, 1983. 5) 中川博次等, 土木学会論文集, 第 335 巻, pp.107-115, 1983.

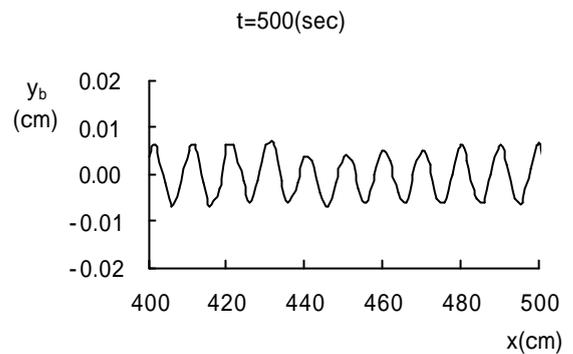


図-1 初期の水面波にตอบสนองした河床波

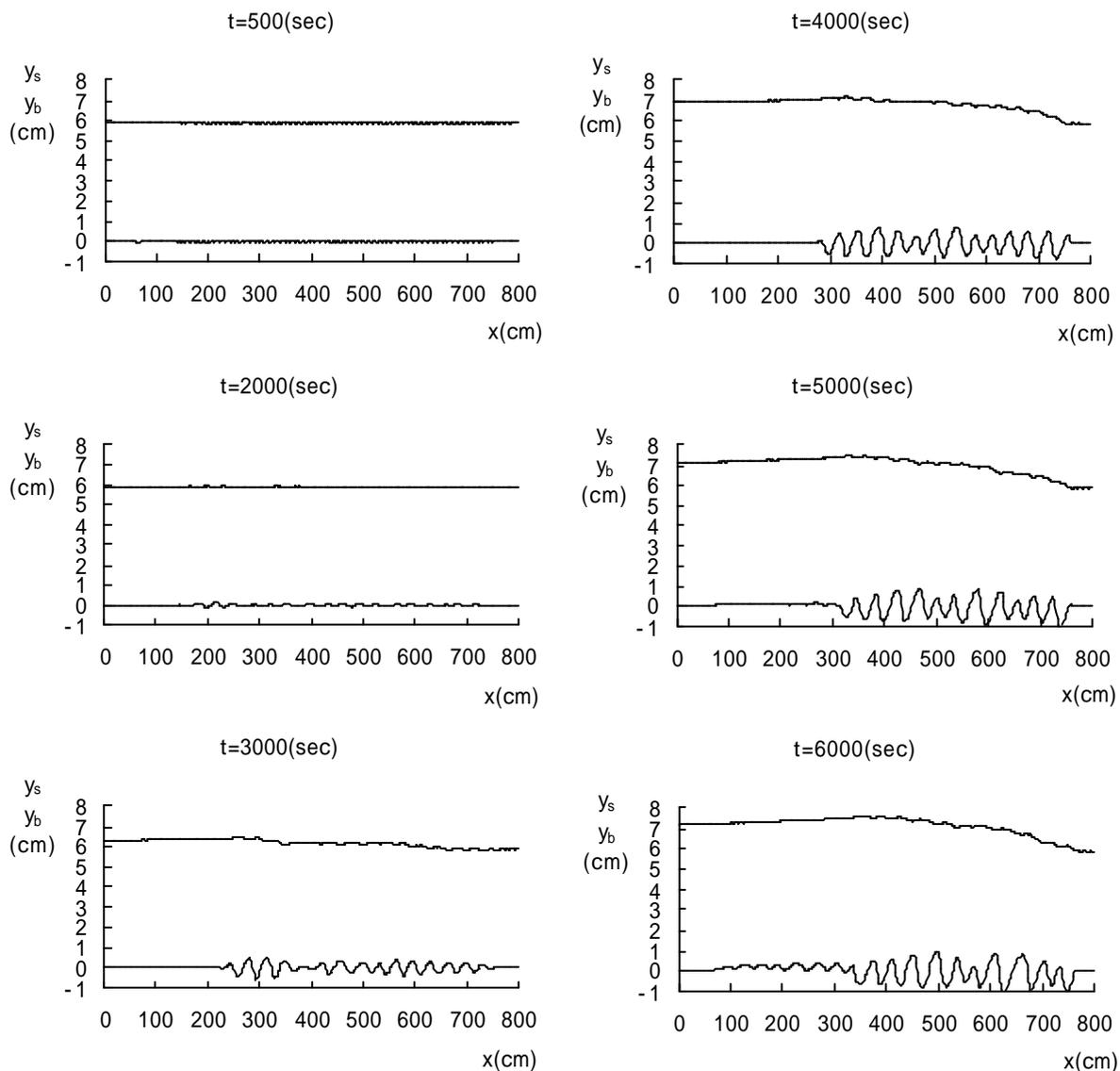


図-2 砂堆の発生・発達過程の計算結果