侵食速度を用いた土石流の計算法に関する一考察

立命館大学理工学部　正会員　○ 伊藤隆郭*
筑波大学農林工学系　正会員　宮本邦明**
立命館大学理工学部　正会員　江頭進治*

1. はじめに　著者らは，定常・等流の単純な流れの場において，固定床流れと移動床流れの違いについて，流速・粒子濃度の鉛直分布，および，流れの抵抗に着目して検討し，これらは，河床近傍における外力と粒子の静的な固体摩擦応力との分布形状の違いによって生じるものであることを明らかにしている [1]．移動床の理論河床においては外力と降伏応力が釣り合う．この条件から移動床上の土石流における断面平均の粒子濃度が求められる．非定常の土石流を取り扱う際，等流の条件化で得られた成果を適用する場合，降伏応力・河床せん断力の取り扱いには注意を要する．河床せん断力は抵抗係数を用いて表示されることが多く，これまでに概ね２つの方法が採られている．ひとつは，降伏応力を抵抗係数の引数とするものである [2]．このとき多くのケースにおいて抵抗係数が虚数をとる．もうひとつは，降伏応力を抵抗係数から分離したものである．このとき，流動応力を理論的に求めることが出来ないため，経験的に決定されている [3]．本研究においては，後者，すなわち，河床せん断力を降伏応力と流動応力との和によって表現し，流動応力に対する抵抗係数を理論的に求めようとしたものである．

2. 支配方程式および計算条件　土石流の構成則は流れを非圧縮性の１流体モデルとして取り扱うことによって表現される．砂と水との混合物の流れは，流れ全体に対しては非圧縮性が成り立つが，固相と液相を個別に考えると局所のそれぞれの体積分率は保存されず圧縮性として取り扱われる．これに対して固相・液相の流線を別々に扱う混相流モデル（2流体モデル）かドリフトフラックスモデルのような形式を導入する必要がある．しかし，現段階ではそのようなモデルは検討されていない．そこで，水深方向に積分した浅水流モデルにおいては侵食・堆積は内部わき出しとして与える．このとき 1 次元の支配方程式は次式のように与えられる．

<連続式>　混合物：
$$\frac{\partial h}{\partial t}+\frac{\partial M}{\partial x}=\frac{E}{c_*} \tag{1}$$

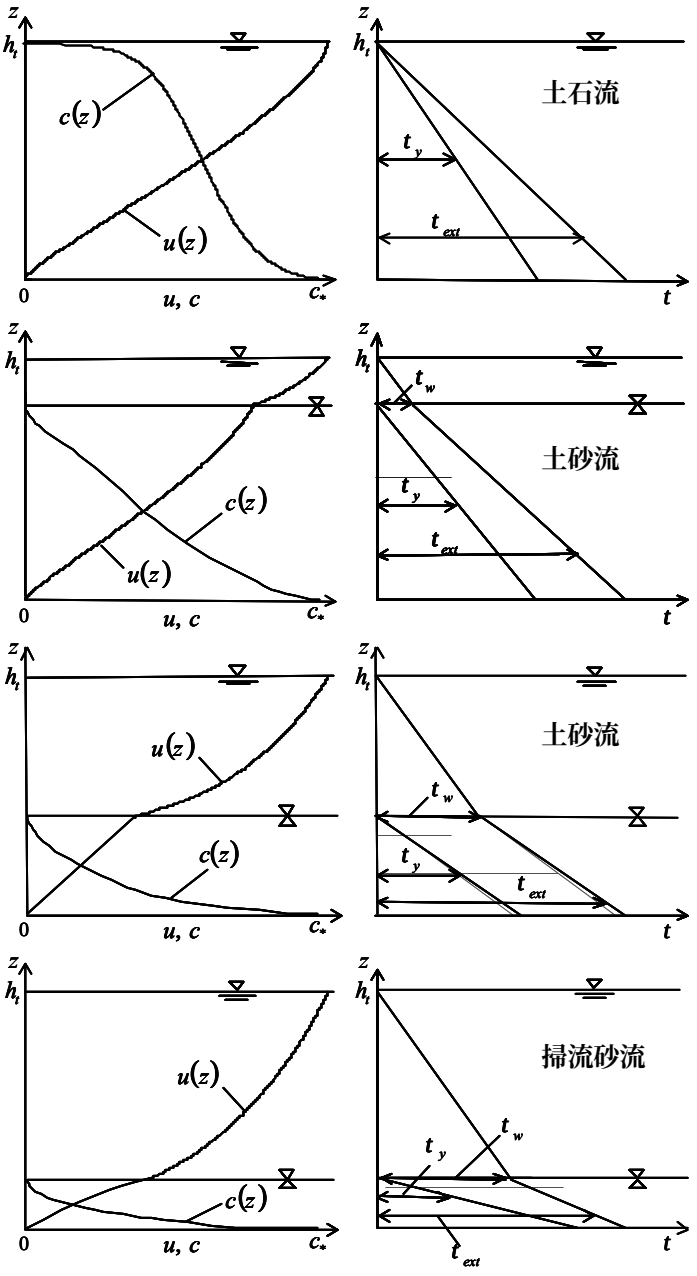
土砂：
$$\frac{\partial \bar{c} h}{\partial t}+\frac{\partial c_f M}{\partial x}=E \tag{2}$$

<運動量保存則>
$$\frac{\partial M}{\partial t}+\frac{\partial \beta_x uM}{\partial x}=-gh\frac{\partial H}{\partial x}-\frac{\tau_{bx}}{\rho_m} \tag{3}$$

$$\tau_{bx}=\tau_{cx}+\rho\frac{f_b}{h^2}|M|M \tag{4}$$

<河床位方程式>
$$\frac{\partial z_b}{\partial t}=-\frac{E}{c_*} \tag{5}$$

ここに，c_f：輸送濃度，h：水深，M：フラックスのx成分（$M=uh$），u：断面平均流速のx成分，E：河床の侵食速度，$\bar{c}$：砂礫粒子の断面平均濃度，c_*：静止堆積層の砂礫の体積濃度，g：重力加速度，ρ_m：泥水と砂礫の混合物の密度（$\rho_m=(\sigma-\rho)\bar{c}+\rho$），$\sigma$：砂礫の密度，$\rho$：泥水の密度，$z_b$：ある基準水平面からの河床高，$\tau_b$：河床せん断力，$\beta_x$：運動量補正係数である．式(1)～式



図－1　流れのモデル（流速・応力分布）

Key Words：debris flow, sediment flow, numerical simulation
*　〒525-8577　滋賀県草津市野路東 1-1-1　TEL. 077-561-2732　FAX 077-561-2667
**　〒305-8572　つくば市天王台 1-1-1　TEL. 0298-53-7238　FAX 0298-55-2203

～式(5)において，侵食速度E，輸送濃度c_f，および河床せん断力における降伏応力τ_{cx}，抵抗係数f_bに関する表示式は次式のようである．

（侵食速度） $E/u = c_* \tan(\theta - \theta_e)$ (6), $\tan\theta_e = (\sigma/\rho - 1)\bar{c}\tan\phi_s / [(\sigma/\rho - 1)\bar{c} + 1]$ (7)

輸送濃度c_f，降伏応力τ_{cx}および抵抗係数f_bは次のように与える．土石流と土砂流の判別は，粒子濃度$\bar{c}$と$c_s\,(= c_*/2)$を比較して，$\bar{c} \geq c_s$ならば土石流とし，$\bar{c} \leq c_s$ならば土砂流とする．定常・等流の場において導かれた抵抗係数には降伏応力が引数として含まれていたが，それぞれの流動形態，特に，土砂流における流動応力のみに対応する抵抗係数は，著者らによって検討された成果を用いると合理的に表される．また，それは，粒子濃度c，相対水深h/d，移動層厚比h_s'の関数として次式のように表される．

（輸送濃度・降伏応力・抵抗係数）

(1) **土石流**$(\bar{c} \geq c_s)$： $c_f = \bar{c}$ (8), $\tau_{cx} = (\bar{c}/c_*)^{1/5} \rho(\sigma/\rho - 1)\bar{c} g h \cos\theta \tan\phi_s$ (9)

$$f_b = \frac{25}{4}(f_d + f_f)\left(\frac{h}{d}\right)^{-2} \quad (10),\quad f_d = k_d(1-e^2)(\sigma/\rho)\bar{c}^{1/3},\ f_f = k_f(1-\bar{c})^{5/3}/\bar{c}^{2/3}$$

(2) **土砂流**$(\bar{c} \leq c_s)$： $\tau_{cx} = (c_s/c_*)^{1/5} \rho(\sigma/\rho - 1)c_s g h_s \cos\theta \tan\phi_s$ (11)

図－1 を参照すると，土砂流の領域においては応力分布形状によって，流速分布は上に凸・直線・下に凸のように3種類の分布形をもつ．抵抗係数f_bはこれを反映して，パラメータ$r = (\sigma/\rho - 1)c_s\left[1 - \left(\frac{c_s}{c_*}\right)^{1/5}\frac{(\sigma/\rho - 1)c_s h_s' + 1}{(\sigma/\rho - 1)c_s h_s'}\right] + 1$ の値の違いとして現れる．

(2-1) $r \neq 0$のとき（流速分布が上に凸・下に凸のとき）

$$c_f = c_s \frac{f_{s1}}{[f_{s1} + f_w + f_{i1}]} \quad (12),\quad f_b = \{(\sigma/\rho - 1)\bar{c} + 1\}\left\{1 - \left(\frac{c_s}{c_*}\right)^{1/5}\right\}[f_{s1} + f_w + f_{i1}]^{-2}\left(\frac{h}{d}\right)^{-2} \quad (13)$$

(2-2) $r = 0$のとき（流速分布が直線分布のとき）

$$c_f = c_s \frac{f_{s2}}{[f_{s2} + f_w + f_{i2}]} \quad (14),\quad f_b = \{(\sigma/\rho - 1)\bar{c} + 1\}\left\{1 - \left(\frac{c_s}{c_*}\right)^{1/5}\right\}[f_{s2} + f_w + f_{i2}]^{-2}\left(\frac{h}{d}\right)^{-2} \quad (15)$$

ここに，f_{s1}，f_{s2}，f_w，f_{i1}およびf_{i2}はそれぞれ以下のようである．

$$f_{s1} = \frac{4}{15}\frac{1}{r^2\sqrt{f_d + f_f}}\left[(1-h_s')^{\frac{5}{2}} - \{(1-h_s') + h_s' r\}^{\frac{3}{2}}\left\{(1-h_s') - \frac{3}{2}h_s' r\right\}\right],\ f_{s2} = \frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{f_d + f_f}}h_s'^2\sqrt{1-h_s'}$$

$$f_w = \frac{1}{\kappa}\sqrt{1-h_s'}(\eta_0' + 1 - h_s')\left(\frac{h}{d}\right)^{-1}\ln\left\{\frac{\eta_0' + 1 - h_s'}{\eta_0'}\right\} - \frac{1}{\kappa}(1-h_s')^{3/2}\left(\frac{h}{d}\right)^{-1}$$

$$f_{i1} = -\frac{2}{3}\frac{1-h_s'}{r\sqrt{f_d + f_f}}\left[(1-h_s')^{\frac{3}{2}} - \{(1-h_s') + h_s' r\}^{\frac{3}{2}}\right],\ f_{i2} = \frac{1}{\sqrt{f_d + f_f}}h_s'(1-h_s')^{3/2},\ h_s' = \bar{c}/c_s,\ \eta_0' = \eta_0/h_t,$$

$f_d = k_d(1-e^2)(\sigma/\rho)c_s^{1/3}$，$f_f = k_f(1-c_s)^{5/3}/c_s^{2/3}$．　ここに，$k_f = 0.16$，$k_d = 0.0828$，$e$：粒子の反発係数（=0.85），$\phi_s$：粒子の内部摩擦角，$h_s$：高濃度層の厚さ，$\kappa$：カルマン定数，$\tau_{cx}$：降伏応力$\tau_y$の$x$成分，$d$：砂礫粒子の粒子径，$\eta_0$：土砂流において，自由水面近傍に現れる清水流層の流速分布の仮想原点で，$\eta_0 = a\,l_0\,(a \cong 1)$である[1]．$l_0$：粒子間隙スケールで，$l_0 = \sqrt{k_f}\{(1-c_s)/c_s\}^{1/3}d$のように表される[4]．

4．おわりに　本研究においては，侵食速度を用いた土石流・土砂流の計算法について示した．定常・等流において得られた成果を基にして，河床せん断力を降伏応力と流動応力との和によって表現し，流動応力に対する抵抗係数を合理的に評価した．本稿では，紙面の都合上，支配方程式と抵抗則に関する表示式の提示のみに終わっているが，公演時には計算結果を示し，提案した表示式の妥当性について示す．また，本研究の一部は，財）砂防・地すべり技術センター研究開発助成金の補助を受けて推進している．ここに記して感謝致します．

参考文献　1)江頭ら：水工学論文集，41巻，789-794，1997，2)伊藤ら：水工学論文集，46巻，671-676，2002，3)高橋ら：京大防災研究所年報，30B-2，611-626，1987，4)江頭ら：京大防災研究所年報，32B-2，487-501，1989，.