

混合径砂礫の離脱限界計算の一様式

正員 王 方一

1. まえがき

文献[4]の計算方法では下流側で密着している2つの平均径球に接触しながら任意の露出比を有する任意径の球に基づく方式(A)としたが、本報で提案する方式(B)では方式(A)の一部の領域を任意の等距離にある3つの平均径球上に載せた任意径の球に基づく方式により代用する様式である。

2. 露出比 (η_i)、回転角 ($\phi_i = \tan^{-1} \mu_i$) および球径比 ($r_D = d_i / d_b$) 間の関係式

Fig.1に示す等中心間距離 $n_p \cdot d_b$ の3底球（径 d_b ）上に任意径の球（ d_i ）を載せたとき次式を得る。

$$1/\mu_i = [(1/4)(1+r_D)^2 - (1/3) \cdot n_p^2]^{0.5} / [(0.75/9) \cdot n_p^2]^{0.5} \cdots (a-1)$$

$$\eta_i = \{[(1/3)^{1/2} / \mu_i] \cdot n_p + r_D - 1\} / 2r_D \cdots (a-2)$$

またFig.1の下流側の2底球接触しながら上下する任意径の球に関しては

$$\mu_i = \tan \phi_i, \phi_i = 90^\circ - \beta_i, \sin \beta_i = (2r_D \cdot \eta_i - r_D + 1) / [r_D^2 + 2r_D + (1 - n_p^2)]^{0.5} \cdots (b)$$

が成り立つ。 $n_p = 1$ のときには(a-1)、(a-2)と(b)はそれぞれ

$$1/\mu_i = (3r_D^2 + 6r_D - 1)^{0.5} \cdots (a'-1), \eta_i = \{[(1/3)^{1/2} / \mu_i] + r_D - 1\} / 2r_D \cdots (a'-2)$$

$$\mu_i = \tan \phi_i, \phi_i = 90^\circ - \beta_i, \sin \beta_i = (2r_D \cdot \eta_i - r_D + 1) / (r_D^2 + 2r_D)^{0.5} \cdots (b')$$

となり、(a')式は文献[3]の(j)式、また(b')式は文献[4]の(b-2)式と一致する。

3. 無次元離脱限界の式

文献[4]に使用した式は本文でも用いるが、ここでは一部補正して再記する。下流側の密着2底球（直径 d_b ）と接触する任意の露出比 $\eta_i = S_{ei}/d_i$ （文献[4]のFig.1）の1球（ d_i ）の無次元離脱限界掃流力 $\tau_{*c\delta fi}$ は $\tau_{*c\delta fi} = \tau_{*coi} / K_{\delta fi} \cdots$

(c)で表される。ここに $\tau_{*coi} = 1 / [(3/4)(u_{o1i}/u_{*ci})^2 \cdot C_{D1i} \cdot (G_i/\mu_{ai})] \cdots (d)$,

$$(u_{o1i}/u_{*ci}) = 5.75 \log[30.1 (0.3 + 0.5r_D)] \cdots (e-1), G_i/\mu_{ai} = k_{Li} + k_{Di}/\mu_{ai}, \mu_{ai} = \mu_i \cdot \cos \alpha - \sin \alpha \cdots (e-2),$$

$$K_{\delta fi} = (e_{DAi}/e_{Di}) (G_{Ai}'/G_i) (1 + n_{Di} \cdot C_{vD1i}) \cdots (e-3)。$$

添え字 f, δ および l は流体力の変動、作用点の球心からのずれおよび露出比 l を表し、記号は文献[3], [4]参照。

（注：式(d)の分母にある(3/4)は文献[4]の(a-1)式では(4/3)と誤記されている。）

4. 計算に用いる式(e)の諸係数

4.1 $\eta_i \geq 0$ の場合

$$\cdot C_{D1i} = 0.70 k_H \cdots (1), \text{ここに} k_H = 1 - 0.74\eta_i \quad (0 \leq \eta_i \leq 1.0);$$

$$\cdot k_{Di} = a_{Di} \cdot \eta_i + b_{Di} \cdots (2), \text{ここに} b_{Di} = -0.14r_D + 0.21 \quad (r_D \leq 1),$$

$$b_{Di} = 0.0869/\exp(0.2163r_D) \quad (r_D \geq 1), \quad a_{Di} = 1 - b_{Di}$$

$$\cdot k_{Li} = a_{Li} \cdot \eta_i + b_{Li} \cdots (3), \text{ここに} b_{Li} = -0.10r_D + 0.2 \quad (r_D \leq 1.0), \quad b_{Li} = 0.1292/\exp(0.2559r_D) \quad (r_D \geq 1);$$

$$a_{Li} = (0.3 - b_{Li}) / 0.8 \quad (0 \leq \eta_i \leq 0.8); \quad b_{Li} = 1.9 \text{ および } a_{Li} = -2.0 \quad (0.8 \leq \eta_i \leq 1.0)$$

$$\cdot K_{\delta i} = 1.20 \quad (0 \leq \eta_i \leq 1.0) \cdots (4)$$

$$\cdot K_{fi} = 2.0 \quad (0 \leq \eta_i \leq 1.0) \cdots (5)$$

$$\cdot K_{\delta fi} = K_{\delta i} \cdot K_{fi} = 2.4 \quad (0 \leq \eta_i \leq 1.0) \cdots (6)$$

4.2 $\eta_i \leq 0$ の場合

$$\cdot C_{D1i} = 0.7 k_H \cdots (7), \text{ここに} k_H = 1.0$$

$$\cdot k_{Di} = 1 / \{1 + m_{Di} \cdot \exp(-m_{Di}' \cdot \eta_i)\} \cdots (8), \text{ここに} m_{Di} = (1/b_{Di}) - 1, \quad b_{Di} = -0.14r_D + 0.21 \quad (r_D \leq 1),$$

$$b_{Di} = 0.0869/\exp(0.2163r_D) \quad (r_D \geq 1), \quad m_{Di}' = 3r_D$$

$$\cdot k_{Li} = 1 / \{1 + m_{Li} \cdot \exp(-m_{Li}' \cdot \eta_i)\} \cdots (9), \text{ここに} m_{Li} = (1/b_{Li}) - 1, \quad b_{Li} = -0.10r_D + 0.20 \quad (r_D \leq 1),$$

$$b_{Li} = 0.1292/\exp(0.2559r_D) \quad (r_D \geq 1), \quad m_{Li}' = 3r_D$$

$$\cdot K_{\delta i} = 1 + 0.20 / \exp(-m_{\delta i}' \cdot \eta_i) \cdots (10), \text{ここに} m_{\delta i}' = 1.9r_D$$

$$\cdot K_{fi} = 1 + 1.0 / \exp(-m_{fi}' \cdot \eta_i) \cdots (11), \text{ここに} m_{fi}' = 3r_D$$

$$\cdot K_{\delta fi} = K_{\delta i} \cdot K_{fi} = K_{\delta fi}' = 1 + 1.4 / \exp(-m_{\delta fi}' \cdot \eta_i) \cdots (12), \text{ここに} m_{\delta fi}' = 3r_D$$

キーワード：混合径砂礫、離脱限界

連絡先：〒228-0802 神奈川県相模原市上鶴間3-17-2

5. 計算結果の検証に用いる基準式

林・他の公式(文献[1])およびその近似式を用いる。

$$\tau_{ci}/\tau_{cb} = r_D^{-1.0} \quad (r_D \leq 1) \quad \dots (f-1), \quad \tau_{ci}/\tau_{cb} = r_D^{-0.7} \quad (r_D \geq 1) \quad \dots (f-2)$$

(f-1) 式は林公式そのまま、(f-2) 式は林公式 $\tau_{ci}/\tau_{cb} = [\log 8 / \log(8r_D)]^2$ ($r_D \geq 1.0$) の近似式 ($r_D = 1 \sim 6$) の延長である。式(f)は $r_D \approx 0.05 \sim 5$ でしか資料で(文献[2]のFig.4) 検証されていないが、本文では計算法検証の目的で(f)式は全域が有効であると仮定する。また、 $\tau_{c\delta fi}$ の計算に際し $\mu_{ai} \doteq \mu_i$, $K_{\delta fi} \doteq K_{\delta fi}'$ ($\eta_i \leq 0$) とする。例として $\tau_{cb} = 0.05$ に対する(f)式による τ_{ci} の値はFig.2に実線で示す。

6. 計算結果と基準式との比較

$r_D = 0.065$ ($\mu_i = \infty$ 相当), 0.1746 ($r_D = r_D^*$), 0.64 ($\eta_i = 0$), 1.0 ($\tau_{ci} = 0.05$), および 20.5 ($\eta_i = 0.8$) などを区間区分点とするが r_D^* は式(a)と(c)により $\tau_{c\delta fi} = \tau_{ci}$ を満足する r_D 値である。

6.1 $r_D \geq r_D^* = 0.1746$ の領域

式(a)における n_p を $n_p = n_a r_D^{n_m} + n_b \dots (g)$ と仮定し、選定区間の端点 r_{D1} と r_{D2} および内点 $r_{Dm} = (r_{D1} \cdot r_{D2})^{1/2}$ で $\tau_{c\delta fi} = \tau_{ci}$ になるように n_p の諸数を求めると次のようになる。 $r_D > 20.5$ ($\eta_i = 0.8$) の区分点 r_D は任意に選ぶ。

$$n_p = 0.8360 \cdot r_D^{1.207} + 0.8983 \quad (r_D = 0.1746 \sim 0.64) \quad \dots (13)$$

$$n_p = 1.024 \cdot r_D^{0.7613} + 0.6572 \quad (0.64 \sim 1.0) \quad \dots (14)$$

$$n_p = 1.063 \cdot r_D^{0.8543} + 0.6181 \quad (1.0 \sim 20.5) \quad \dots (15)$$

$$n_p = 2.882 \cdot r_D^{0.5625} + 1.109 \quad (20.5 \sim 100) \quad \dots (16)$$

これらの式を式(a)と式(c)に入れて算出した $\tau_{c\delta fi}$ はFig.2に点線で示す ($r_D \geq 0.1746$)。式(15)による点線は $r_{D2}/r_{D1} = 20.5$ が大き過ぎるため実線からいく分離れている。試みに式(15)を2区間に分けて得た

$$n_p = 0.9650 \cdot r_D^{0.8988} + 0.7160 \quad (1 \sim 10) \quad \dots (15-a)$$

$$n_p = 2.040 \cdot r_D^{0.6856} + 1.533 \quad (10 \sim 20.5) \quad \dots (15-b)$$

はFig.2で破線は示す。かなり実線に接近してくる。さらに $r_{D2}/r_{D1} \doteq 5$ 程度の2区間に分けて得た

$$n_p = 0.9243 \cdot r_D^{0.9222} + 0.7567 \quad (1 \sim 5) \quad \dots (15-a')$$

$$n_p = 1.448 \cdot r_D^{0.7699} - 0.1662 \quad (5 \sim 20.5) \quad \dots (15-b')$$

は実線と殆ど重なるので図示は省略する。

6.2 $r_D \leq r_D^* = 0.1746$ の領域

この領域では文献[4]とほぼ同じ方式によって行う。すなわち

$\eta_i = k_a \cdot r_D^{k_m} + k_b \dots (h)$ を仮定し、区間端点 r_{D1} , r_{D2} と内点 $r_{Dm} = (r_{D1} \cdot r_{D2})^{1/2}$ の3点で $\tau_{c\delta fi} = \tau_{ci}$ になるように諸係数をきめる。このようにして

$$\eta_i = -0.3491 \cdot r_D^{-1.147} + 0.8377 \quad (0.065 \sim 0.1746) \quad \dots (17)$$

を得、これと式(b'), (c)による結果はFig.2に点線で示す。0.065より小さい区間では $\mu_i = \infty = \text{const.}$ として(c)式によって計算し、区間区分点は任意に選ぶ。例として $\eta_i = -0.2493 \cdot r_D^{-1.309} + 1.727$ ($0.01 \sim 0.065$) $\dots (18)$ を得る。これと式(c)による結果はFig.2に点線で示す。

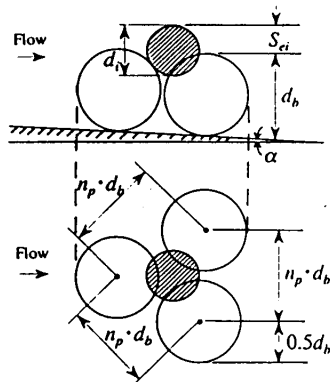


Fig.1 任意の等距離3底球上に載せた異径の1球

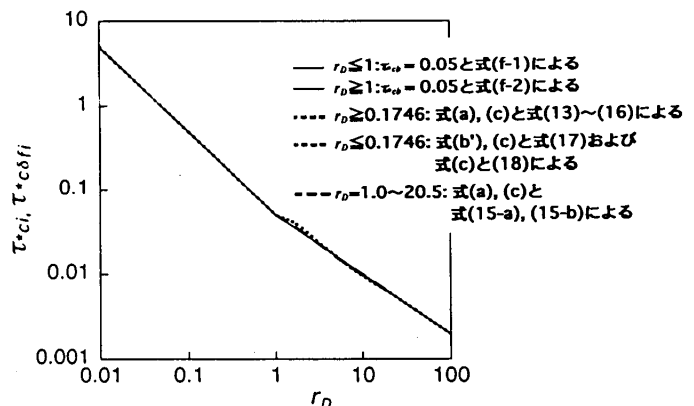


Fig.2 粒径比と無次元離脱限界

7. 結び

本報の方式(B)では、区間長が過大でなければlog-log紙上の直線的基準式に結果として近づけることを示したが、実際の砂礫の配列状態はより複雑であり、これらを考慮してさらなる研究が期待される。

参考文献 [1] 林・尾崎・石橋：第24回水理講演会論文集，1980-2，pp.35-43. [2] Patel, P. L. and Range Raju, K. G : Jour. of. Hydrauliv Research, 1999, vol. 37, No. 1, 39-58. [3] Wang, F, Y: Proc. of 10th IAHR-APD congress, Langkawi, Malaysia, 1996-8, vol.2, 125-132. [4] Wang, F, Y: 2nd. IAHR Sym. on River, coastal and Estuarine Morphodynamics, 2001-9, Obihiro, Japan, 161-167.