

スロットモデルによる開水路・管水路状態を遷移する流れの数値計算

早稲田大学大学院理工学研究科 学生会員 町山 友和、猿田 貴博
 早稲田大学理工学部 山本 亮平
 早稲田大学理工学部 フェロー 鮎川 登

1. はじめに 管路における開水路状態 $z//z//$

と管水路状態を遷移する流れをスロットモデルにより解析し、実験値と比較することによりスロットモデルの妥当性を検証する。

2. 実験の概要

実験には図1に示すような内径10.4cm、長さ8mの水平に設置されたアクリル製の円管路の両端付近に内径

10.4cmの立坑を取り付けた管路を用いた。

実験は管路内にある水深で水を入れ、上

流側と下流側のバルブを閉めた状態を初期条件として、上流側のバルブを開けて水を流入させ、流れが開水路状態から管水路状態に移行した後に下流側のバルブを開けて排水を始め、しばらくした後に上流側バルブを閉めて水の流入を停止し、流れが管水路状態から開水路状態に移行した後に終了した。また、管水路状態から始めて、管水路状態→開水路状態→管水路状態の遷移を繰り返す実験も行った。流量は電磁流量計を用いて測定した。また、管路の5箇所に圧力計を設置し、圧力水頭を測定し、2箇所に水位計を設置し、水深を測定した。

3. スロットモデル

スロットモデルは管路において生ずる開水路状態と管水路状態を遷移する流れを解析するために Preissmann によって提案されたモデルで、図2に示すように管路の頂部に幅 B_s のスロットを取り付けた仮想断面を考え、管水路の流れを開水路の流れとして解析できるように工夫されたモデルである。

スロットモデルで用いられる支配方程式は次のように表示される。

$$\text{連続方程式} \quad \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{1}{B} \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

$$\text{運動方程式} \quad \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{A} \right) + gA \left(\frac{\partial h}{\partial x} - S_0 + S_f \right) = 0 \quad (2)$$

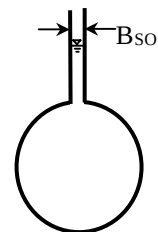


図2 スロットモデル

ここで、 h は開水路流れのときは水深、管水路流れのときは圧力水頭、 B は開水路流れのときは水面幅、管水路流れのときはスロット幅、 Q は流量、 A は流水断面積、 S_0 は水路床勾配、 S_f は摩擦勾配、 g は重力の加速度である。

スロット幅 B_s は次式で与えられる。

$$B_s = \frac{gA_0}{c^2} \quad (3)$$

ここで、 A_0 は管路の断面積、 c は圧力波の水中伝播速度である。圧力波の水中伝播速度 c は次式で与えられる。

$$c = \sqrt{\frac{K}{\rho} / \left(1 + \frac{KD}{E\delta} \right)} \quad (4)$$

ここで、 ρ は水の密度、 K は水の体積弾性係数、 E は管路の弾性係数、 D は管路の内径、 δ は管路の壁厚である。

摩擦速度 S_f は次式で算定する。

$$S_f = \frac{f|Q|Q}{8gRA^2} \quad (5)$$

ここで、 f は抵抗係数、 R は径深である。

4. 実験の流れの解析 図1に示す実験水路の立坑間の管路内の流量と水深および立坑の水深を求める。立坑間の管路内の流れはスロットモデルを用いて計算する。立坑の水深は立坑についての連続方程式

$$\text{立坑1: } A_{S1} \frac{dh_{S1}}{dt} = Q_{in} - Q_1 \quad (6) \quad , \quad \text{立坑2: } A_{S2} \frac{dh_{S2}}{dt} = Q_N - Q_{out} \quad (7)$$

により算定する。ここで、 A_S は立坑の断面積、 h_S は立坑の水深、 Q_{in} は管路への流入流量、 Q_{out} は管路からの排水流量、 Q_1 は立坑1から管路への流出流量、 Q_N は管路から立坑2への流入流量であり、 A_S と h_S の添字1、2はそれぞれ立坑1と立坑2における値を表す。

管路部の流量と水深はスロットモデルの支配方程式を解いて求めるが、そのさいに次式で計算される管路部の上流端(断面1)の水深 h_1 と下流端(断面N)の水深 h_N を境界条件として与える。

$$h_{S1} + \frac{h_{S1}}{g} \frac{d^2 h_{S1}}{dt^2} + \frac{1}{2g} \left(f_{S1} \frac{h_{S1}}{D_{S1}} + \alpha \right) \left(\frac{dh_{S1}}{dt} \right)^2 = h_1 + \frac{\alpha}{2g} \left(\frac{Q_1}{A_1} \right)^2 + f_{J1} \frac{|Q_1| Q_1}{2g A_1^2} \quad (8)$$

$$h_{S2} + \frac{h_{S2}}{g} \frac{d^2 h_{S2}}{dt^2} + \frac{1}{2g} \left(f_{S2} \frac{h_{S2}}{D_{S2}} + \alpha \right) \left(\frac{dh_{S2}}{dt} \right)^2 = h_N + \frac{\alpha}{2g} \left(\frac{Q_N}{A_N} \right)^2 - f_{J2} \frac{|Q_N| Q_N}{2g A_N^2} \quad (9)$$

ここで、 D_S は立坑の内径、 f_S は立坑の抵抗係数、 α はエネルギー補正係数、 Q_1 は断面1の流量、 A_1 は断面1の流水断面積、 Q_N は断面Nの流量、 A_N は断面Nの流水断面積、 f_J は立坑と管路の接合部の損失係数であり、 D_S 、 f_S 、 f_J の添字1、2は立坑1と立坑2における値を表す。

管路部の流量と水深および立坑1と立坑2の水深はスロットモデルの支配方程式(1)、(2)および立坑の連続方程式(6)、(7)と境界条件式(8)、(9)をそれぞれ4点陰差分法により差分化して数値解を求める。 $\rho=1,000\text{kg/m}^3$ 、 $K=2.2 \times 10^9 \text{Pa}$ 、 $D=D_S=10.4\text{cm}$ 、 $\delta=5.1\text{mm}$ 、 $E=2.7 \times 10^9 \text{Pa}$ 、 $f_J=1.0$ 、 $\alpha=1.1$ とし、 f および f_S は流れが層流の場合は理論式、乱流の場合は相当粗度を 0.001mm としてColebrookの式により算定し、計算断面間隔を 1.0cm 、計算時間間隔を 1.0sec 、として数値計算し、立坑1の水深および圧力計3の圧力水頭の計算値と実験値を比較した例を図3および図4に示す。これらの図によると、計算値と実験値は非常によく一致し、スロットモデルの妥当性が示された。

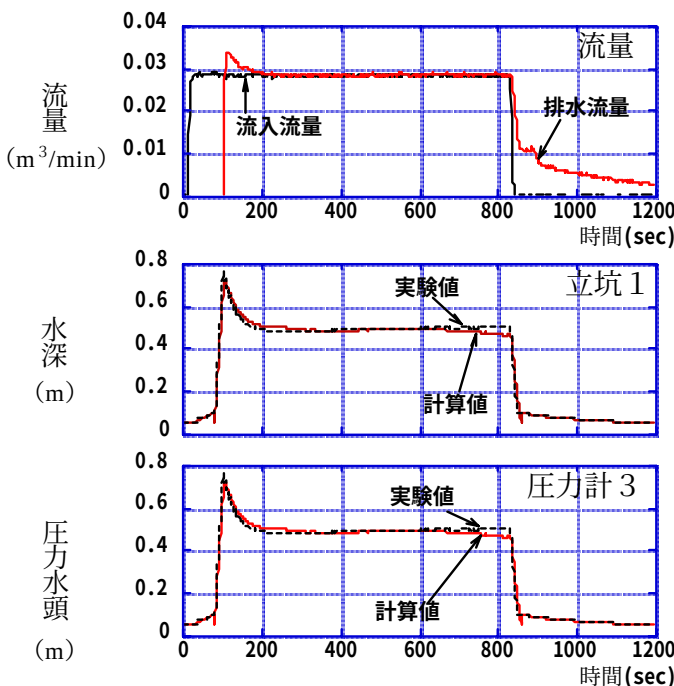


図3 計算値と実験値の比較(1)

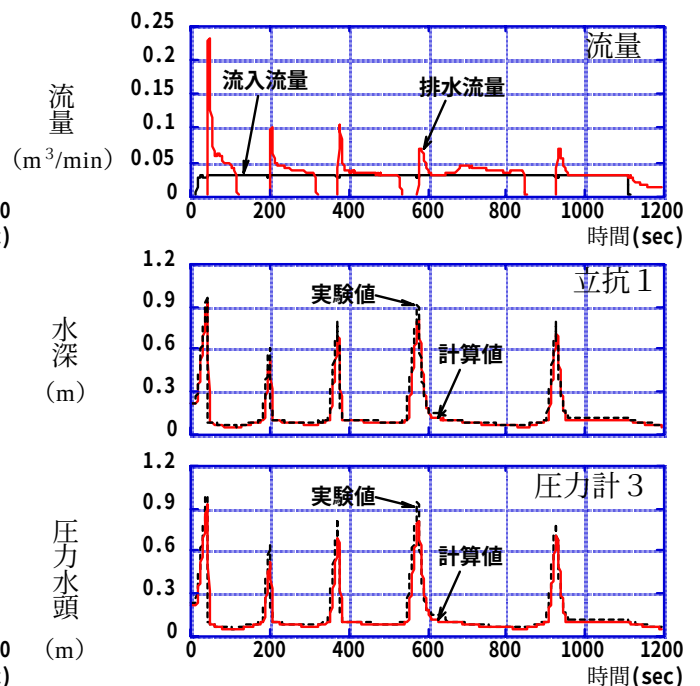


図4 計算値と実験値の比較(2)

⑨ 流入流量：太実線、排水流量：細実線
実験値：点線、計算値：実線